



FACULDADES
DOM BOSCO

LUCIANO DE SOUZA REIS

Comparação entre o Método de Cálculo Manual e de um Software Comercial no dimensionamento de lajes maciças

Resende - RJ

**ASSOCIAÇÃO EDUCACIONAL DOM BOSCO
FACULDADE DE FILOSOFIA, CIÊNCIAS E LETRAS DOM BOSCO**

LUCIANO DE SOUZA REIS

**Comparação entre o Método de Cálculo Manual e de um Software Comercial no
dimensionamento de lajes maciças**

**Trabalho de Graduação apresentado à
Associação Educacional Dom Bosco,
Faculdade de Engenharia de Resende, como
requisito parcial para obtenção do diploma de
Bacharel em Engenharia Civil**

Resende – RJ

2023

Catálogo na fonte
Biblioteca Central da Associação Educacional Dom Bosco – Resende-RJ

- R375 Reis, Luciano de Souza
Comparação entre o método de cálculo manual e de um *software* comercial no dimensionamento de lajes maciças / Luciano de Souza Reis - 2023.
52f.
- Orientador: Michel Haddad
Trabalho de conclusão de curso apresentado como requisito parcial à finalização do curso de Engenharia Civil da Faculdade de Engenharia de Resende da Associação Educacional Dom Bosco.
1. Engenharia civil. 2. Projeto estrutural. 3. Concreto armado. 4. Cálculo. I. Haddad, Michel. II. Faculdade de Engenharia de Resende. III. Associação Educacional Dom Bosco. IV. Título.

CDU 624.04(043)

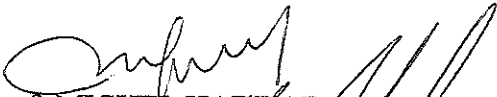


LUCIANO DE SOUZA REIS

ESTE TRABALHO DE GRADUAÇÃO FOI JULGADO ADEQUADO COMO
PARTE DO REQUISITO PARA A OBTENÇÃO DO DIPLOMA DE
“GRADUADO EM ENGENHARIA CIVIL”

APROVADO EM SUA FORMA FINAL PELA BANCA EXAMINADORA

BANCA EXAMINADORA:

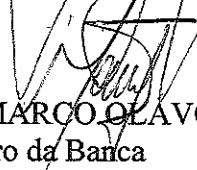


Prof: MICHEL HADDAD
Orientador



Prof: JOÃO CARLOS JANTO GIGOLOTTI

Membro da Banca



Prof: MARCO CLAVO MENDONÇA DA COSTA
Membro da Banca

dedico este trabalho
de modo especial, à minha maravilhosa família

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar agradeço a Deus, fonte da vida e da graça. Agradeço pela minha vida, minha inteligência, minha família e meus amigos;

ao meu orientador, *Prof. Michel Haddad* que confiou em minha capacidade. Sem a sua orientação, dedicação e auxílio, o estudo aqui apresentado seria praticamente impossível;

a minha esposa Rogéria e meus filhos, Ana Carolina, Murillo e Pedro Lucas que sempre me incentivaram meus estudos;

aos professores da Faculdade Dom Bosco pela dedicação, presteza e vontade de passar os seus conhecimentos.

RESUMO

Devido a demanda do mercado de projetos estruturais em se ter projetos mais eficientes, econômicos e elaborados de forma mais rápida, diversos softwares de engenharia foram desenvolvidos a fim de diminuir o trabalho do projetista em realizar rotinas de cálculos e diminuir o trabalho gerado no detalhamento de todo o projeto, propiciando um ambiente para que o projetista pudesse focar em soluções estruturais que viessem a ter ganhos econômicos na quantidade de concreto e aço utilizados. Ainda que os *softwares* apresentem resultados mais confiáveis, a norma responsável por projetos de estruturas de concreto armado no Brasil não especifica qual o método a ser utilizado, o que gera espaço para comparações de consumo de materiais, comportamento estrutural e detalhamento de projeto. O presente trabalho teve o propósito de elaborar um projeto estrutural para um edifício residencial multifamiliar em concreto armado, visando revisar e aplicar os conceitos aprendidos nas disciplinas de concreto armado ao longo da graduação. Foram adotados dois procedimentos de cálculo, sendo o procedimento computacional, utilizando o software Eberick e o procedimento manual, pelo método de Marcus, com auxílio de planilhas eletrônicas em conformidade com as prescrições da ABNT NBR 6118:2014. Na sequência, foi apresentada uma comparação entre os resultados obtidos pelos dois procedimentos de cálculo, analisando as possíveis discrepâncias e, simultaneamente, suas justificativas. Dessa forma possibilitou concluir qual método foi mais econômico.

Palavras-chave: Projeto estrutural. Concreto armado. Eberick. Método de Marcus.

ABSTRACT

Due to the demand in the structural design market to have more efficient, economical and faster designs, several engineering software have been developed in order to reduce the designer's work in carrying out calculation routines and reduce the work generated in the detailing of the entire project, providing an environment so that the designer could focus on structural solutions that would result in economic gains in the amount of concrete and steel used. Even though the software presents more reliable results, the standard responsible for projects of reinforced concrete structures in Brazil does not specify which method to be used, which creates space for comparisons of material consumption, structural behavior and project detailing. The purpose of this work was to develop a structural project for a multi-family residential building in reinforced concrete, aiming to review and apply the concepts learned in reinforced concrete disciplines throughout the course. Two calculation procedures were adopted, the computational procedure, using the Eberick software and the manual procedure, using the Marcus method, with the aid of electronic spreadsheets in accordance with the prescriptions of ABNT NBR 6118:2014. Next, a comparison was presented between the results obtained by the two calculation procedures, analyzing possible discrepancies and, simultaneously, their justifications. This made it possible to conclude which method was more economical.

Keywords: Structural design. Reinforced concrete. Eberick. Marcus method.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Ensaio de resistência a tração na flexão	17
Figura 2 - Ensaio de resistência a tração indireta.....	17
Figura 3 - Ensaio de resistência a tração direta.....	18
Figura 4 - Diagrama tensão-deformação idealizado	19
Figura 5 - Diagrama tensão-deformação bilinear de tração	20
Figura 6 - Vãos teóricos l_x (menor vão) e l_y (maior vão).....	21
Figura 7 - Tipos de vínculos (lajes).....	22
Figura 8 - Tipos de lajes em função dos vínculos nas bordas	22
Figura 9 - Vão efetivo	23
Figura 10 - Laje bi-apoiada.....	31
Figura 11 - Laje apoiada em uma extremidade e engastada na outra	31
Figura 12 - Laje bi-engastada.....	32
Figura 13 - Taxas mínimas de armadura de flexão para vigas.....	34
Figura 14 - Planta baixa do pavimento térreo	35
Figura 15 - Planta baixa do pavimento superior	35
Figura 16 - Planta de formas do pavimento superior	37
Figura 17 - Pórtico tridimensional – vista superior.....	37
Figura 18 - Vinculações	38
Figura 19 - Cargas variáveis e fixas (piso).....	40
Figura 21 - Momentos fletores obtidos através do método simplificado.....	42
Figura 22 - Momentos fletores compatibilizados obtidos através do método simplificado	42

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Valores estimados de módulo de elasticidade em função da resistência característica à compressão do concreto (considerando o uso de granito como agregado graúdo	19
Tabela 2 - Valores de coeficiente adicional γ_n para lajes em balanço	24
Tabela 3 - Correspondência entre a classe de agressividade e a qualidade do concreto.....	25
Tabela 4 - Correspondência entre a classe de agressividade ambiental e o cobrimento nominal para $\Delta c = 10mm$	26
Tabela 5 - Alvenaria.....	27
Tabela 6 - Telhados.....	28
Tabela 7 - Valores característicos nominais das cargas variá	28
Tabela 8 - Combinações últimas	29
Tabela 9 - Coeficiente γ_f	29
Tabela 10 - Coeficiente γ_{f2}	30
Tabela 11 - Tabela de KMD, $f_{ck} \leq 50 MPa$	33
Tabela 12 - Geometria das lajes	38
Tabela 13 - Pré-dimensionamento da altura da laje	39
Tabela 14 - Carga do revestimento.....	40
Tabela 15 - Carga das paredes	40
Tabela 16 - Carga atuantes nas lajes	41
Tabela 17 - Momentos máximos positivos (Tabela de Marcus).....	41
Tabela 18 - Momentos fletores negativos (Tabela de Marcus)	41
Tabela 19 - Determinação da altura útil mínima.....	42
Tabela 20 - Momentos fletores positivos obtidos pelo software Eberick Next 2023	43
Tabela 21 - Momentos fletores negativos obtidos pelo software Eberick Next 2023	44
Tabela 22 - Comparativo dos momentos fletores positivos obtidos pelo método simplificado.....	44
Tabela 23 - Comparativo dos momentos fletores negativos obtidos pelo método simplificado	44
Tabela 24 - Área de aço para momentos fletores positivos obtidos pelo método simplificado.....	46
Tabela 25 - Área de aço para momentos fletores negativos obtidos pelo método simplificado	46
Tabela 26 - Comparativo de área de aço das armaduras positivas.....	46
Tabela 27 - Comparativo de área de aço das armaduras negativas	47
Tabela 28 - Comparativo da soma da área de aço total (Eberick 2023 Vs. Método Simplificado).....	47
Tabela 29 - Tabela de Marcus – Caso 3	50
Tabela 30 - Tabela de Marcus – Caso 5	51

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
NBR	Norma Brasileira aprovada pela ABNT
ELU	Estado Limite Último
ELS	Estado Limite Serviço
EPS	Poliestireno Expandido

LISTA DE SÍMBOLOS

f_{ck}	resistência característica do concreto à compressão
f_{cm}	resistência à compressão média
n^*	número de corpos de prova
δ	desvio padrão
f_{ct}	resistência do concreto à tração direta
$f_{ct,f}$	resistência do concreto à tração na flexão
$f_{ct,sp}$	resistência do concreto à tração indireta
E_{ci}	módulo de elasticidade inicial
E_{cs}	módulo de deformação secante
α_E	parâmetro em função da natureza do agregado que influencia o módulo de elasticidade
a	dimensão ou distância
t	comprimento do apoio paralelo ao vão da viga analisada
l	comprimento
γ^n	coeficiente adicional para lajes em balanço
λ	relação entre o menor e o maior vão da laje
M_d	momento de projeto
k_z	coeficiente auxiliar na tabela de Marcus
d	distância entre a face superior da laje e o eixo da ferragem inferior
f_{yd}	resistência de projeto de escoamento do aço

SUMÁRIO

1.	INTRODUÇÃO.....	12
1.1	OBJETIVO	12
1.1.1	Geral.....	12
1.1.2	Específicos.....	12
1.2	JUSTIFICATIVA	13
1.3	FORMULAÇÃO DO PROBLEMA	14
2.	REFERÊNCIAL TEÓRICO.....	15
2.1	CONCRETO SIMPLES.....	15
2.2	CONCRETO ARMADO	15
2.2.1	Conceitos fundamentais.....	15
2.2.2	Características e propriedades	16
2.2.2.1	Resistência a compressão.....	16
2.2.2.2	Resistência a Tração.....	16
2.2.2.3	Módulo de elasticidade	18
2.2.2.4	Diagrama tensão-deformação do concreto à compressão	19
2.2.2.5	Diagrama tensão-deformação do concreto à tração	20
2.3	LAJES	20
2.3.1	Classificação	20
2.3.2	Condições de apoio.....	22
2.3.3	Vão Equivalente de Lajes	23
2.3.4	Pré dimensionamentos.....	23
2.4	CARGAS ATUANTES	26
2.5	MOMENTOS FLETORES SOLICITANTES.....	30
2.6	MÉTODO SIMPLIFICADO DE MARCUS	32
2.7	ÁREA DE AÇO NA LAJE	33
2.8	ABORDAGEM COMPUTACIONAL NO CÁLCULO ESTRUTURAL.....	34
3	METODOLOGIA.....	35
3.1	ÁREA DE ESTUDO	35
3.2	COLETA DE DADOS	35
3.3	ANÁLISE DOS DADOS	36
4	RESULTADOS E DISCUSSÃO	37
4.1	PRÉ-DIMENSIONAMENTO	38
4.2	CARGAS ATUANTES	39

4.3	MOMENTOS FLETORES UTILIZANDO OS MÉTODOS SIMPLIFICADOS	41
4.4	MOMENTOS FLETORES UTILIZANDO O SOFTWARE EBERICK NEXT 2023.....	43
4.5	COMPARATIVO DOS MOMENTOS FLETORES OBTIDOS	44
4.6	ÁREA DE AÇO	45
4.6.1	Cálculo	45
4.6.2	Comparativo	46
5	CONCLUSÃO	48
	REFERÊNCIAS	49
	ANEXO A – TABELA DE MARCUS	49

1. INTRODUÇÃO

No passado os projetistas estruturais se utilizavam de métodos simplificados com o auxílio de tabelas e ábacos para o dimensionamento dos diversos elementos na estrutura de concreto armado e todo detalhamento da estrutura era realizado através de desenhos feitos a mão, o que demandava semanas e até meses para confecção de seus trabalhos fora os retrabalhos existentes devido a compatibilização da estrutura com as demais disciplinas.

A elaboração de um projeto estrutural é uma das fases indispensáveis de uma edificação de concreto armado, o qual deve ser realizada por um profissional de engenharia, mesmo para obras de pequeno porte. Embora existam no mercado inúmeras ferramentas computacionais que facilitam o processo de elaboração de projetos estruturais, tornando o projeto mais qualificado e preciso, além de várias outras vantagens como otimização do tempo, essas ferramentas não substituem um profissional habilitado. Logo, a adequada compreensão de todo o processo de desenvolvimento de um projeto estrutural é de extrema importância para a formação profissional.

Projetos estruturais envolvem o cálculo e otimização dos elementos que suportarão as cargas da edificação, tanto as permanentes como as variáveis. Este processo consiste em quatro fases: a concepção estrutural, análise estrutural, dimensionamento e o detalhamento.

Este trabalho abordará a concepção estrutural, análise, dimensionamento e detalhamento de lajes maciças de um edifício residencial multifamiliar em concreto armado através do método manual, aplicando os conhecimentos adquiridos durante a graduação, bem como utilizando o software AltoQi Eberick 2022, o qual é amplamente empregado em escritórios de engenharia.

Será apresentada uma comparação entre os dois procedimentos, com uma análise sobre as diferenças e/ou semelhanças encontradas, indicando qual método se mostra mais econômico.

1.1 OBJETIVO

1.1.1 Geral

O objetivo geral deste trabalho é elaborar o projeto estrutura de um edifício residencial multifamiliar em concreto armado, abordando o dimensionamento dos elementos básicos da estrutura, utilizando a metodologia manual e computacional.

1.1.2 Específicos

- Revisar os métodos de cálculo aprendidos nas disciplinas de Estruturas de Concreto Armado e prescrições normativas, elaborando um passo-a-passo de cálculo de forma didática.

- Dimensionar e detalhar os elementos estruturais (lajes, vigas e pilares) de um edifício residencial multifamiliar, consolidando os conhecimentos adquiridos em sala de aula, compreendendo melhor o funcionamento global da estrutura e dos seus elementos, de forma a exercer a profissão com mais experiência e destreza.
- Utilizar um software de uso comercial amplamente adotado em escritórios de engenharia.
- A partir dos resultados obtidos com as duas metodologias de dimensionamento, fazer uma análise comparativa, analisando as possíveis discrepâncias.

1.2 JUSTIFICATIVA

Estruturas em concreto armado compõem a principal solução estrutural em edificações brasileiras, seja em virtude da facilidade em encontrar os materiais necessários, seja pela mão de obra abundante e barata (pouco especializada, no entanto), ou ainda pela alta resistência e confiabilidade.

Em decorrência do desenvolvimento da tecnologia computacional foram criados *softwares* capazes de realizar o cálculo e dimensionamento de estruturas em concreto armado com modelos de análises e previsões de comportamentos mais próximos da realidade a cada versão lançada, na qual consideram a ligação tridimensional dos elementos e a influência entre eles.

A partir da entrada dessas empresas de computação na engenharia, tornou-se praticamente raro encontrar engenheiros que desenvolvam seus projetos estruturais de forma completamente manual.

Apesar da capacidade desses *softwares* de se aproximarem muito do comportamento real das estruturas, a norma brasileira regulamentadora 6118 de 2014 (NBR 6118), que é a norma que regulamenta os procedimentos básicos para elaboração e execução dos projetos de concreto armado, não especifica se o cálculo estrutural deve ser feito através de *software*, ou manualmente por métodos clássicos e simplificadores, métodos esses que também são ensinados primordialmente nos cursos de engenharia civil do país.

O resultado do dimensionamento de uma estrutura em concreto armado pode variar de acordo com as considerações de características e comportamentos dos materiais e elementos envolvidos no processo, o que ocasiona, em muitos casos, o superdimensionamento dos elementos, e conseqüentemente gastos desnecessários, dependendo das escolhas ou métodos utilizados pelo engenheiro.

Este trabalho justifica-se pela necessidade de análise comparativa dos quantitativos obtidos e, conseqüentemente, dos custos necessários para a implantação de edificações calculadas de forma manual e computacional, de forma a prover um estudo comparativo norteador para escolha

do método preterido em situações específicas de cálculo.

1.3 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

Qual método apresenta um custo mais baixo no dimensionamento de lajes maciças de uma residência?

2. REFERÊNCIAL TEÓRICO

O dimensionamento de lajes maciças em uma estrutura de concreto armado necessita desde uma análise da concepção da estrutura até verificações referentes ao dimensionamento dessa. Portanto se faz necessário a descrição de todos os passos no dimensionamento que será descrito neste capítulo através de normas e outras referências bibliográficas.

2.1 CONCRETO SIMPLES

Concreto é um dos principais materiais da construção civil resultante da mistura de aglomerantes, agregado graúdo, agregado miúdo e água, cada um em proporções preestabelecidas.

Os aglomerantes possuem o papel de unir todos os elementos que compõe o concreto. Usualmente é utilizado o cimento Portland, que ao ser misturado com água endurece e une todos os elementos após o término do processo de hidratação.

Os agregados são partículas minerais utilizadas para dar volume na mistura a fim de baratear o concreto. Para que a mistura seja totalmente preenchida em seus vazios os agregados são utilizados em dois tipos: agregado graúdo (diâmetro das partículas maior que 4,8mm) e agregado miúdo (diâmetro das partículas entre 0,075mm e 4,8mm).

Quando se trata de concreto simples o conceito de pasta e argamassa são relevantes:

- A pasta de concreto resulta das reações químicas quando o cimento é exposto a água.
- A argamassa resulta da mistura de cimento, agregado miúdo e água, seja pasta de concreto e agregado miúdo.

2.2 CONCRETO ARMADO

2.2.1 Conceitos fundamentais

Segundo Júnior (2011) o concreto armado é um material de construção resultante da união do concreto simples e de barras de aço, envolvidas pelo concreto, com perfeita aderência entre os dois materiais, de tal maneira que resistam ambos solidariamente aos esforços a que forem submetidos.

O concreto possui boa resistência a esforços de compressão, em contrapartida, quanto solicitado a esforços de tração não resiste da mesma forma, portanto somente o concreto não é suficiente para compor estruturas de uma edificação, é necessário o aço, que confere ao concreto armado uma boa resistência para esforços de tração, porém essa dualidade funcional de sucesso do concreto armado só é possível pela perfeita interação entre o aço e concreto, já que os dois

componentes possuem boa aderência, coeficiente de dilatação térmica semelhantes e o concreto consegue proteger o aço da armadura contra oxidação.

2.2.2 Características e propriedades

2.2.2.1 Resistência a compressão

Esta é a principal característica mecânica de interesse na maioria das obras e em grande parte dos estudos a respeito do concreto e é verificada através do ensaio de compressão, descrito através das normas ABNT NBR 5738:2003 – Concreto – Procedimento para moldagem e cura de corpos de prova e ABNT NBR 5739:2007 – Concreto – Ensaio de compressão de corpos de prova cilíndrico, no qual um corpo de prova cilíndrico de concreto é moldado com base de 15cm ou 10cm e altura de 30cm e 20cm respectivamente sendo rompido com idade de 28 dias, idade a qual se pressupõe que a estrutura começa a receber as cargas.

Para se obter o valor de resistência a compressão do concreto deve-se ensaiar diversos corpos de provas nas dimensões e nas condições descritas nas normas já citadas, elaborando-se um gráfico com os valores de resistência obtidos versus a quantidade de corpos de prova. Com o auxílio das equações abaixo, plota-se a Curva Estatística de Gauss, obtendo-se o valor da resistência média do concreto, f_{cm} , e a resistência característica do concreto f_{ck} .

$$f_{cm} = \frac{\sum_{i=1}^{n^*} f_{ci}}{n^*}$$

Equação 1

$$\delta = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n^*} (f_{ci} - f_{cm})^2}{n^* - 1}}$$

Equação 2

$$f_{ck} = f_{cm} - 1,645 \cdot \delta$$

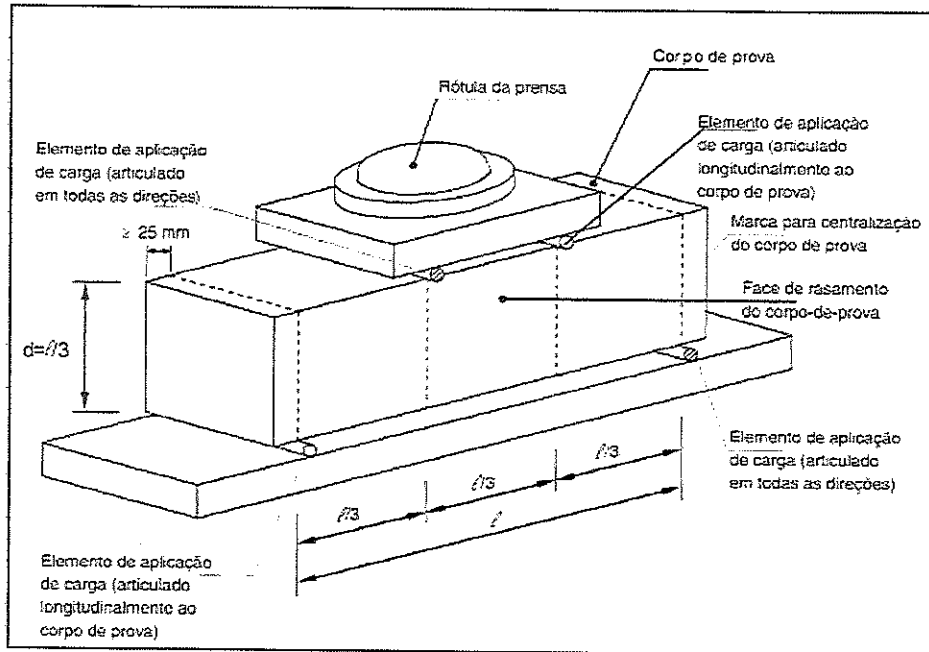
Equação 3

2.2.2.2 Resistência a Tração

Esta característica mecânica pode ser estudada de 3 formas possíveis: através da resistência do concreto a tração direta, f_{ct} , resistência do concreto a tração na flexão, $f_{ct,f}$, resistência do concreto a tração indireta $f_{ct,sp}$. A metodologia utilizada para os ensaios de obtenção dos valores de resistência

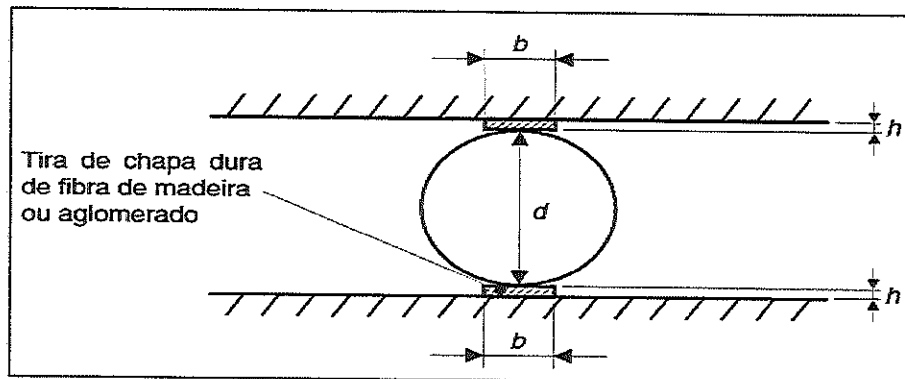
se encontram nas normas ABNT NRB 7222:2011 e ABNT e NBR 12142:2010.

Figura 1 - Ensaio de resistência a tração na flexão



Fonte: NBR 12142:2010

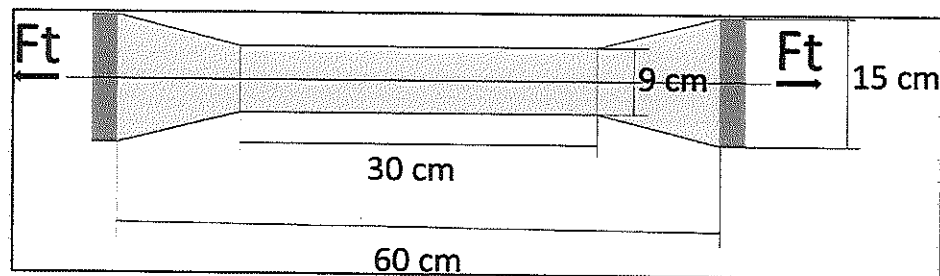
Figura 2 - Ensaio de resistência a tração indireta



Fonte: NBR 7222:2011

Figura 3 - Ensaio de resistência a tração direta

Fonte: Do autor



2.2.2.3 Módulo de elasticidade

Segundo a ABNT NBR 6118:2014, o módulo de elasticidade, E_{ci} , deve ser obtido segundo o método de ensaio prescrito na ABNT NBR 8522:2017, sendo considerado o módulo de deformação tangente inicial, obtido aos 28 dias de idade. Quando não for possível a realização dos ensaios, pode-se estimar os seus valores utilizando os valores obtidos pela equação abaixo:

$$E_{ci} = \alpha_E \cdot 5600 \sqrt{f_{ck}}, \text{ para } f_{ck} \text{ de 20MPa a 50MPa}$$

Equação 4

$$E_{ci} = 21,5 \cdot 10^3 \cdot \alpha_E \cdot \left(\frac{f_{ck}}{10} + 1,25 \right)^{1/3}, \text{ para } f_{ck} \text{ de 55MPa a 90MPa}$$

Equação 5

Onde:

 $\alpha_E = 1,2$ para basalto e diabásio $\alpha_E = 1,0$ para granito e gnaisse $\alpha_E = 0,9$ para calcário $\alpha_E = 0,7$ para arenito

O módulo de deformação secante pode ser obtido conforme ensaio descrito ABNT NBR 8522:2017, porém, caso não seja possível a realização do ensaio, pode-se estimar os seu valor através das equações abaixo:

$$E_{cs} = \alpha_i \cdot E_{ci}$$

Equação 6

$$\alpha_i = 0,8 + 0,2 \cdot \frac{f_{ck}}{80} \leq 1,0$$

Equação 7

A Tabela 1
exemplifica os
valores de módulo

de elasticidade inicial e o módulo de deformação tangencial para as diversas resistências do concreto, considerando o uso do granito como agregado graúdo.

Tabela 1 - Valores estimados de módulo de elasticidade em função da resistência característica à compressão do concreto (considerando o uso de granito como agregado graúdo)

Classe de resistência	C20	C25	C30	C35	C40	C45	C50	C60	C70	C80	C90
E_{ci} (GPa)	25	28	31	33	35	38	40	42	43	45	47
E_{cs} (GPa)	21	24	27	29	32	34	37	40	42	45	47
α_i	0,85	0,86	0,88	0,89	0,90	0,91	0,93	0,95	0,98	1,00	1,00

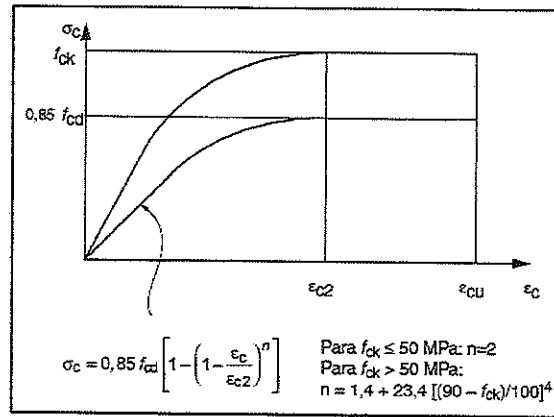
Fonte: NBR 6118:2014

2.2.2.4 Diagrama tensão-deformação do concreto à compressão

Segundo a ABNT NBR 6118:2014, para tensões de compressão menores que o valor de $0,5 \cdot f_c$, pode ser considerada uma relação linear entre os valores de tensões e deformações e o valor de módulo de elasticidade será adotado igual ao valor secante dado pela Equação 6 $E_{cs} = \alpha_i \cdot E_{ci}$

Equação 6. Para as análises no Estado Limite Último (ELU), podem ser empregados o gráfico de tensão-deformação abaixo.

Figura 4 - Diagrama tensão-deformação idealizado

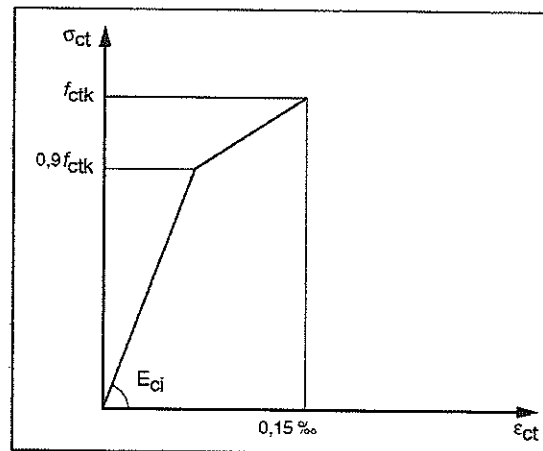


Fonte: NBR 6118:2014

2.2.2.5 Diagrama tensão-deformação do concreto à tração

Nos casos em que não houve a fissuração do concreto, pode-se considerar um gráfico tensões-deformações bilinear de tração:

Figura 5 - Diagrama tensão-deformação bilinear de tração



Fonte: NBR 6118:2014

2.3 LAJES

Segundo LIMA (2018), as lajes são elementos planos, destinadas a receber os mais variados tipos de cargas que podem existir em uma construção, tendo a função de transmitir essa carga para os elementos estruturais nos quais as lajes estão apoiadas, podendo ser vigas, pilares e até o próprio solo, quando a laje funciona como elemento de fundação.

2.3.1 Classificação

Segundo a ABNT NBR 6118:2014, as lajes podem ser classificadas em 3 grupos em relação a sua natureza: maciças, nervuradas e pré-moldadas.

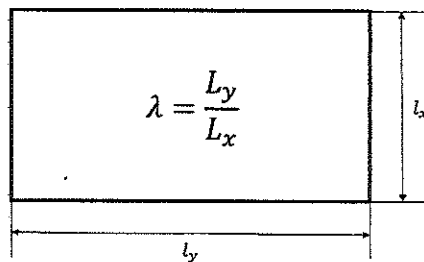
Maciças: São placas de concreto de espessura uniforme que estão apoiadas em vigas ou até mesmo pilares.

Nervuradas: São lajes as quais as zonas de tração em momentos fletores positivos são dimensionadas para serem resistidas por nervuras as quais são separadas por materiais inertes, como lajotas de EPS e lajotas cerâmicas.

Pré-moldadas: São lajes previamente moldadas em locais fora dos locais a serem instaladas, podendo ser moldadas no próprio canteiro de obras ou em fabricas especializadas.

As lajes também podem ser classificadas quanto a sua armação: armadas em uma só direção e armadas em duas direções. Quando a relação entre vãos é superior a 2 os esforços cortantes e momentos fletores se apresentam em uma só direção e a maioria do carregamento é suportado pelo menor vão da laje, caso a relação entre vãos é inferior a 2 os esforços cortantes e momentos fletores se apresentam nas duas direções e o carregamento é suportado pelos dois vãos da laje.

Figura 6 - Vãos teóricos l_x (menor vão) e l_y (maior vão)



Fonte: Do autor

O coeficiente λ é a relação entre vãos da laje e é dado por:

$$\lambda = \frac{l_y}{l_x}$$

Equação 8

Onde

l_x = menor das dimensões da laje

l_y = maior das dimensões da laje

Logo

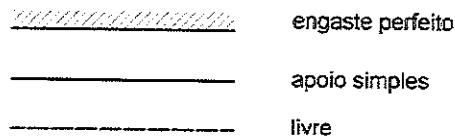
$\lambda \leq 2$ - laje armada em duas direções

$\lambda > 2$ - laje armada em uma direção

2.3.2 Condições de apoio

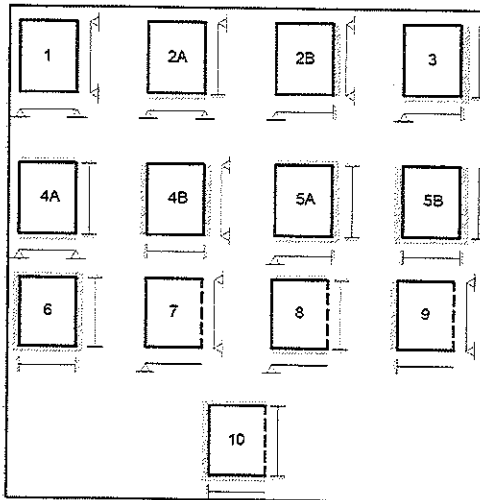
As lajes podem ser apoiadas ao longo de suas bordas externas em vigas, alvenarias, e até diretamente sobre pilares. As condições de apoio são essenciais para o correto dimensionamento da laje e o entendimento das distribuições de esforços na estrutura, existem basicamente três tipos de apoio: borda livre, borda simplesmente apoiada e borda engastada, sendo representadas graficamente conforme Figura 7 e Figura 8.

Figura 7 - Tipos de vínculos (lajes)



Fonte: BASTOS (2015)

Figura 8 - Tipos de lajes em função dos vínculos nas bordas



Fonte: BASTOS (2015)

Existem casos em que a borda da laje ficará parte engastada e parte apoiada, nesses casos deve-se utilizar o critério descrito na Tabela 2 para verificar o tipo de vínculo a ser adotado.

Quadro 1 - Valores estimados de módulo de elasticidade em função da resistência característica à compressão do concreto (considerando o uso de granito como agregado graúdo)

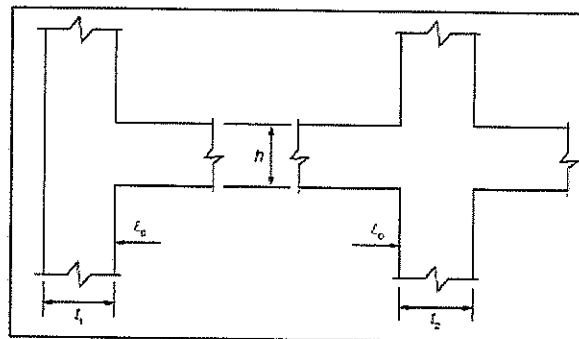
$l_{y1} \leq \frac{l_v}{3}$	Considera-se a borda totalmente apoiada
$\frac{l_v}{3} \leq l_{y1} \leq \frac{2 \cdot l_v}{3}$	Calculam-se os esforços para as duas situações – borda totalmente apoiada e borda totalmente engastada – e adotam-se os maiores valores no dimensionamento
$l_{y1} \geq \frac{2 \cdot l_v}{3}$	Considera-se a borda totalmente engastada

Fonte: Do autor

2.3.3 Vão Equivalente de Lajes

Segundo a ABNT NBR 6118:2014, o vão equivalente deve ser calculado segundo a Equação 9.

Figura 9 - Vão efetivo



Fonte: NBR 6118:2014

$$l_{ef} = l_0 + a_1 + a_2$$

Onde

Equação 9

l_0 = distância entre as faces internas de dois apoios consecutivos

$$a_1 = \text{menor valor entre } \begin{cases} \frac{t_1}{2} \\ 0,3 \cdot h \end{cases}$$

$$a_2 = \text{menor valor entre } \begin{cases} \frac{t_2}{2} \\ 0,3 \cdot h \end{cases}$$

2.3.4 Pré dimensionamentos

Na ABNT NBR 6118:2014, não existe um pré-dimensionamento de lajes, nela só é citada os valores mínimos de espessura nas mais diversas situações:

- 7 cm para cobertura não em balanço;
- 8 cm para lajes de piso não em balanço;
- 10 cm para lajes em balanço;
- 10 cm para lajes que suportem veículos de peso total menor ou igual a 30 kN;
- 12 cm para lajes que suportem veículos de peso total maior que 30 kN;
- 15 cm para lajes com protensão apoiadas em vigas, com o mínimo de $\ell/42$ para lajes de piso bi-apoiadas e $\ell/50$ para lajes de piso contínuas;
- 16 cm para lajes lisas e 14 cm para lajes-cogumelo, fora do capitel.

A ABNT NBR 6118:2014 exige que no dimensionamento do balanço os esforços solicitantes sejam majorados segundo o coeficiente γ_n , ver Tabela 3.

Tabela 2 - Valores de coeficiente adicional γ_n para lajes em balanço

h cm	≥ 19	18	17	16	15	14	13	12	11	10
γ_n	1,00	1,05	1,10	1,15	1,20	1,25	1,30	1,35	1,40	1,45

onde

$$\gamma_n = 1,95 - 0,05 h;$$

h é a altura da laje, expressa em centímetros (cm).

NOTA O coeficiente γ_n deve majorar os esforços solicitantes finais de cálculo nas lajes em balanço, quando de seu dimensionamento.

Fonte: NBR 6118:2014

No dimensionamento da laje é importante atender o critério de cobrimento mínimo para que a estrutura tenha a durabilidade prevista no projeto, já que a camada de concreto entre a armadura e a superfície externa evita a corrosão provocada por agentes externo. Os valores mínimos de cobrimento para lajes estão relacionados nas Tabela 4 e Tabela 5.

Tabela 3 - Correspondência entre a classe de agressividade e a qualidade do concreto

Concreto ^a	Tipo ^{b, c}	Classe de agressividade (Tabela 6.1)			
		I	II	III	IV
Relação água/cimento em massa	CA	≤ 0,65	≤ 0,60	≤ 0,55	≤ 0,45
	CP	≤ 0,60	≤ 0,55	≤ 0,50	≤ 0,45
Classe de concreto (ABNT NBR 8953)	CA	≥ C20	≥ C25	≥ C30	≥ C40
	CP	≥ C25	≥ C30	≥ C35	≥ C40

^a O concreto empregado na execução das estruturas deve cumprir com os requisitos estabelecidos na ABNT NBR 12655.

^b CA corresponde a componentes e elementos estruturais de concreto armado.

^c CP corresponde a componentes e elementos estruturais de concreto protendido.

Fonte: NBR 6118:2014

Tabela 4 - Correspondência entre classe de agressividade e qualidade do concreto

Tipo de estrutura	Componente ou elemento	Classe de agressividade ambiental (Tabela 6.1)			
		I	II	III	IV ^c
		Cobrimento nominal mm			
Concreto armado	Laje ^b	20	25	35	45
	Viga/pilar	25	30	40	50
	Elementos estruturais em contato com o solo ^d	30		40	50
Concreto profendido ^a	Laje	25	30	40	50
	Viga/pilar	30	35	45	55

^a Cobrimento nominal da bainha ou dos fios, cabos e cordoalhas. O cobrimento da armadura passiva deve respeitar os cobrimentos para concreto armado.

^b Para a face superior de lajes e vigas que serão revestidas com argamassa de contrapiso, com revestimentos finais secos tipo carpete e madeira, com argamassa de revestimento e acabamento, como pisos de elevado desempenho, pisos cerâmicos, pisos asfálticos e outros, as exigências desta Tabela podem ser substituídas pelas de 7.4.7.5, respeitado um cobrimento nominal ≥ 15 mm.

^c Nas superfícies expostas a ambientes agressivos, como reservatórios, estações de tratamento de água e esgoto, condutos de esgoto, canaletas de efluentes e outras obras em ambientes química e intensamente agressivos, devem ser atendidos os cobrimentos da classe de agressividade IV.

^d No trecho dos pilares em contato com o solo junto aos elementos de fundação, a armadura deve ter cobrimento nominal ≥ 45 mm.

Fonte: NBR 6118:2014

Segundo PINHEIRO; MUZARDO; SANTOS (2003), o pré-dimensionamento de lajes pode ser realizado através da Equação 10.

$$d \geq \frac{(2,5 - 0,1 \cdot n) \cdot l^*}{100}$$

Equação 10

Onde

d = altura útil da laje (cm)

n = número de bordas engastadas

l^* = menor valor entre l_x e $0,7 \cdot l_y$

De posse dos valores obtidos pela Equação 10, comparando-os com os valores mínimos descritos pela ABNT NBR 6118:2014, adota-se o maior valor entre eles.

2.4 CARGAS ATUANTES

O lançamento de cargas é uma das principais etapas da confecção de um projeto estrutural, essa etapa pode ser decisiva para a eficiência e segurança do projeto, já que de um lado da balança

tem-se a economia em aço e concreto e do outro a segurança da estrutura.

A ABNT NBR 6120:2019 detalha grande parte dos carregamentos que podem existir em uma estrutura, as Tabela 6 e Tabela 7 detalham algumas cargas permanentes respectivamente relativas a carga de parede e a carga de telhado, enquanto a Tabela 8 detalha as cargas variáveis presentes em uma residência.

Tabela 5 - Alvenaria

Alvenaria	Espessura nominal do elemento cm	Peso Espessura de revestimento por face kN/m ²		
		0 cm	1 cm	2 cm
Blocos de concreto vazados	6,5	1,0	1,3	1,7
	9	1,2	1,5	1,9
	11,5	1,4	1,7	2,1
	14	1,5	1,8	2,2
	19	2,0	2,3	2,7
Blocos cerâmicos vazados	6,5	0,7	1,0	1,4
	9	0,8	1,1	1,5
	11,5	0,9	1,2	1,6
	14	1,1	1,4	1,8
	19	1,3	1,6	2,0
Blocos cerâmicos maciços	9	1,5	1,8	2,2
	11,5	2,0	2,3	2,7
	14	2,4	2,7	3,1
	19	3,2	3,5	3,9
Blocos de concreto celular autoclavado	7,5	0,5	0,8	1,2
	10	0,7	1,0	1,4
	12,5	0,9	1,2	1,6
	15	1,1	1,4	1,8
	17,5	1,2	1,5	1,9
	20	1,4	1,7	2,1
Blocos sílico-calcários vazados	9	1,2	1,5	1,9
	14	1,7	2,0	2,4
	19	1,9	2,2	2,6
Blocos sílico-calcários perfurados	11,5	1,8	2,1	2,5
	14	2,1	2,4	2,8
	17,5	2,7	3,0	3,4
Blocos de vidro (decorativo)	8	0,9	—	—
Blocos de vidro (resistente ao fogo)	16	2,3	—	—

NOTA Na composição de pesos de alvenarias desta tabela foi considerado o seguinte:

- argamassa de assentamento vertical e horizontal com 1 cm de espessura e peso específico de 17 kN/m³;
- revestimento com peso específico médio de 17 kN/m³;
- proporção de um meio bloco para cada três blocos inteiros;
- sem preenchimento de vazios (com graute etc.).

Fonte: NBR 6120:2019

Tabela 6 - Telhados

Composição	Peso na superfície horizontal kN/m ²
Com telhas cerâmicas em geral (exceto tipo germânica e colonial) e estrutura de madeira com inclinação ≤ 40 %	0,7
Com telhas de fibrocimento onduladas (com espessura até 5 mm) e estrutura de madeira	0,4
Com telhas de alumínio (com espessura até 0,8 mm) e estrutura metálica de aço	0,3
Com telhas de alumínio (com espessura até 0,8 mm) e estrutura metálica de alumínio	0,2
Com telhas de fibrocimento tipo canaleta (com espessura 8 mm) e estrutura de madeira	0,35
NOTA Peso por metro quadrado de telhado, na superfície horizontal, incluindo a estrutura de suporte (tesouras, terças, caibros e ripas).	

Fonte: NBR 6120:2019

Tabela 7 - Valores característicos nominais das cargas variáveis

Local		Carga uniformemente distribuída kN/m ²	Carga concentrada kN
Cozinhas não residenciais ^a	Validar caso a caso, respeitando o valor mínimo indicado nesta Tabela	3	—
	Câmara fria	5	—
Depósitos de uso geral ^a As cargas devem ser validadas caso a caso, porém com os valores mínimos indicados nesta Tabela.	Validar caso a caso, respeitando o valor mínimo indicado nesta Tabela	7,5 kN/m ² até 2,5 m de altura de estoque + 3 kN/m ² por metro de altura de estoque excedente ^p	q
	Locais sujeitos ao acúmulo de mercadorias, incluindo zonas de acesso Materiais de armazenagem (ver 6.9) Supermercados (ver item nesta Tabela)	7,5	q
Edifícios residenciais	Dormitórios	1,5	—
	Sala, copa, cozinha	1,5	—
	Sanitários	1,5	—
	Despensa, área de serviço e lavanderia	2	—
	Quadras esportivas	5 ^a	—
	Salão de festas, salão de jogos	3 ^a	—
	Áreas de uso comum	3 ^a	—
	Academia	3 ^a	—
	Forro acessíveis apenas para manutenção e sem estoque de materiais	0,1 ^{a,r}	—
	Sótão	2 ^a	—
	Corredores dentro de unidades autônomas	1,5	—
	Corredores de uso comum	3	—
	Depósitos	3	—
	Áreas técnicas (ver item nesta Tabela)		—
Jardins (ver item nesta Tabela)		—	

Fonte: NBR 6120:2019

Para o correto dimensionamento da estrutura no ELU, deve-se combinar todas as ações permanentes diretas, ações permanentes indiretas e ações variáveis através de coeficientes e equações descritas na ABNT NBR 6118:2014, ver Tabela 9, Tabela 10 e Tabela 11.

Tabela 8 - Combinações últimas

Combinações últimas (ELU)	Descrição	Cálculo das solicitações
Normais	Esgotamento da capacidade resistente para elementos estruturais de concreto armado ^a	$F_d = \gamma_g F_{gk} + \gamma_{eg} F_{egk} + \gamma_q (F_{q1k} + \sum \psi_{0j} F_{qjk}) + \gamma_{eq} \psi_{0e} F_{eqk}$
	Esgotamento da capacidade resistente para elementos estruturais de concreto protendido	Deve ser considerada, quando necessário, a força de protensão como carregamento externo com os valores P_{kmax} e P_{kmin} para a força desfavorável e favorável, respectivamente, conforme definido na Seção 9
	Perda do equilíbrio como corpo rígido	$S(F_{sd}) \geq S(F_{nd})$ $F_{sd} = \gamma_{gs} G_{sk} + R_d$ $F_{nd} = \gamma_{gn} G_{nk} + \gamma_q Q_{nk} - \gamma_{qs} Q_{s,min}$, onde: $Q_{nk} = Q_{1k} + \sum \psi_{0j} Q_{jk}$
Especiais ou de construção ^b	$F_d = \gamma_g F_{gk} + \gamma_{eg} F_{egk} + \gamma_q (F_{q1k} + \sum \psi_{0j} F_{qjk}) + \gamma_{eq} \psi_{0e} F_{eqk}$	
Excepcionais ^b	$F_d = \gamma_g F_{gk} + \gamma_{eg} F_{egk} + F_{q1exc} + \gamma_q \sum \psi_{0j} F_{qjk} + \gamma_{eq} \psi_{0e} F_{eqk}$	
<p>onde</p> <p>F_d é o valor de cálculo das ações para combinação última;</p> <p>F_{gk} representa as ações permanentes diretas;</p> <p>F_{ek} representa as ações indiretas permanentes como a retração F_{egk} e variáveis como a temperatura F_{eqk};</p> <p>F_{qk} representa as ações variáveis diretas das quais F_{q1k} é escolhida principal;</p>		

Fonte: NBR 6118:2014

Tabela 9 - Coeficiente γ_f

Combinações de ações	Ações							
	Permanentes (g)		Variáveis (q)		Protensão (p)		Recalques de apoio e retração	
	D	F	G	T	D	F	D	F
Normais	1,4 ^a	1,0	1,4	1,2	1,2	0,9	1,2	0
Especiais ou de construção	1,3	1,0	1,2	1,0	1,2	0,9	1,2	0
Excepcionais	1,2	1,0	1,0	0	1,2	0,9	0	0
<p>onde</p> <p>D é desfavorável, F é favorável, G representa as cargas variáveis em geral e T é a temperatura.</p> <p>^a Para as cargas permanentes de pequena variabilidade, como o peso próprio das estruturas, especialmente as pré-moldadas, esse coeficiente pode ser reduzido para 1,3.</p>								

Fonte: NBR 6118:2014

Tabela 10 - Coeficiente γ_f2

Ações		γ_f2		
		ψ_0	ψ_1^a	ψ_2
Cargas acidentais de edifícios	Locais em que não há predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, nem de elevadas concentrações de pessoas ^b	0,5	0,4	0,3
	Locais em que há predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, ou de elevada concentração de pessoas ^c	0,7	0,6	0,4
	Biblioteca, arquivos, oficinas e garagens	0,8	0,7	0,6
Vento	Pressão dinâmica do vento nas estruturas em geral	0,6	0,3	0
Temperatura	Variações uniformes de temperatura em relação à média anual local	0,6	0,5	0,3
^a Para os valores de ψ_1 relativos às pontes e principalmente para os problemas de fadiga, ver Seção 23. ^b Edifícios residenciais. ^c Edifícios comerciais, de escritórios, estações e edifícios públicos.				

Fonte: NBR 6118:2014

2.5 MOMENTOS FLETORES SOLICITANTES

Devido à grande dificuldade no cálculo de lajes contínuas em se obter os esforços em lajes armadas em uma ou duas direções, admite-se a simplificação de que as lajes são vigas paralelas com largura constante de um metro e que as lajes são isoladas, de modo a se obter para cada laje momentos fletores positivos no vão e momentos fletores negativos nos bordos engastados. Como cada laje foi considerada independente existirá bordos os quais possuem dois momentos fletores negativos, a fim de contornar essa situação, adota-se o maior valor entre a média dos momentos negativos e 80% do maior momento fletor negativos. Decorrente dessa compatibilização dos momentos fletores negativos, os momentos fletores positivos devem ser analisados e recalculados, de forma que se aumentarem, deve-se mudar o valor do mesmo e caso ele diminua, deve-se manter o valor de antes da compatibilização de forma a favorecer a segurança do cálculo. A seguir serão descritas as equações dos momentos fletores positivos e momentos fletores negativos para as diversas vinculações das lajes, ver da Equação 12 até a Equação 16.

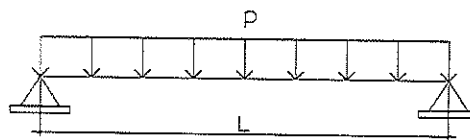
- Laje bi-apoiada, ver Figura 10.

Momento fletor positivo:

$$M = \frac{p \cdot l_x^2}{8}$$

Equação 12

Figura 10 - Laje bi-apoiada



Fonte: Do autor

- Laje engastada em um bordo e apoiada em outro, ver Figura 11.

Momento fletor positivo:

$$M = \frac{p \cdot l_x^2}{14,22}$$

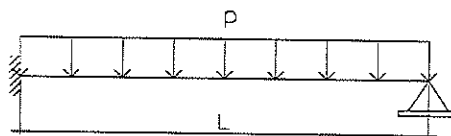
Equação 13

Momento fletor negativo:

$$M = -\frac{p \cdot l_x^2}{8}$$

Equação 14

Figura 11 - Laje apoiada em uma extremidade e engastada na outra



Fonte: Do autor

- Laje bi-engastada, ver Figura 12.

Momento fletor positivo:

$$M = \frac{p \cdot l_x^2}{24}$$

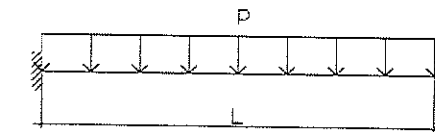
Equação 15

Momento fletor negativo:

$$M = -\frac{p \cdot l_x^2}{12}$$

Equação 16

Figura 12 - Laje bi-engastada



Fonte: Do autor

2.6 MÉTODO SIMPLIFICADO DE MARCUS

Na teoria simplificada de Marcus é considerado a carga uniformemente distribuída por toda a região da laje e assim descarregadas também de maneira uniforme por todas as vigas de bordo as quais a laje está apoiada, considerando também as vigas como elementos rígidos e que não se deformam. O cálculo é realizado por meio de tabela de Marcus, conforme Apêndice A, que simplificam o cálculo manual, cada tabela é específica para uma condição de apoio das lajes.

Segundo Araújo (2003), “o método de Marcus é uma adaptação da denominada teoria das grelhas para o cálculo de placas.”. O método consiste em simular uma malha equivalente na placa (laje), conforme explicada por CARVALHO et al. (2007, p. 298):

As cargas distribuídas dividem-se entre os elementos da grelha equivalente, de acordo com a área de influência de cada elemento. Podem ser considerados uniformemente distribuídas ao longo dos elementos ou, dentro de certa aproximação, concentradas nos nós.

No entanto em uma análise mais real do comportamento da placa, Marcus percebeu que devido aos efeitos de torção, o máximo deslocamento não ocorreria necessariamente no centro da placa para as duas direções. A partir disso, definiu-se que os momentos fletores positivos encontrados na Teoria das Grelhas, deveriam ser reduzidos, devido à própria rigidez a torção da placa, que conseqüentemente reduzem as deflexões.

Os coeficientes estudados por Marcus, segundo ARAÚJO (2003, p. 71) “dependem das condições de contorno e da relação entre os vãos da laje”. A partir da relação entre as condições de contorno da laje, Marcus elaborou uma tabela com a finalidade de facilitar o dimensionamento manual.

2.7 ÁREA DE AÇO NA LAJE

A área de aço necessária para os diversos momentos fletores das lajes é calculado da mesma forma que uma viga, levando-se em consideração uma faixa de laje de 1,00 m. Usa-se a Equação 17, com o auxílio das tabelas de Marcus do ANEXO A e da Tabela 12 para o cálculo da área de aço necessária.

$$A_s = \frac{M_d}{k_z \cdot d \cdot f_{yd}}$$

Equação 17

Onde

M_d = momento de projeto

k_z = coeficiente auxiliar na tabela de Marcus

d = distância entre a face superior da laje e o eixo da ferragem inferior

f_{yd} = resistência de projeto de escoamento do aço

Tabela 11 - Tabela de KMD, $f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}$

f_{ck} [MPa]	S50	
l_{cx}	KMD	k_z
0,02	0,013	0,992
0,04	0,027	0,984
0,06	0,040	0,976
0,08	0,053	0,968
0,10	0,065	0,960
0,12	0,078	0,952
0,14	0,090	0,944
0,16	0,102	0,936
0,18	0,114	0,928
0,20	0,125	0,920
0,22	0,136	0,912
0,24	0,148	0,904
0,26	0,158	0,896
0,28	0,169	0,888
0,30	0,180	0,880
0,32	0,190	0,872
0,34	0,200	0,864
0,36	0,210	0,856
0,38	0,219	0,848
0,40	0,228	0,840
0,42	0,238	0,832
0,44	0,247	0,824
0,46	0,255	0,816
0,48	0,264	0,808
0,50	0,272	0,800

$KMD = M_d / (b \cdot d^2 \cdot f_{ctd})$
 $M_d ; f_{ctd} = [kN/m^2]$
 $b ; d = [m]$

Fonte: Santos, 2012

Devido a ABNT NBR 6118:2014 exigir uma área mínima de aço, ver Figura 13, para os diversos tipos de esforços e elementos estruturais, deve-se calcular a área mínima após o dimensionamento pela Equação 17 e depois adotar a maior área de aço entre os dois valores encontrados.

Figura 13 - Taxas mínimas de armadura de flexão para vigas

Forma da seção	Valores de ρ_{\min}^a ($A_{s,\min}/A_c$) %														
	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90
Retangular	0,150	0,150	0,150	0,164	0,179	0,194	0,208	0,211	0,219	0,226	0,233	0,239	0,245	0,251	0,256
^a Os valores de ρ_{\min} estabelecidos nesta Tabela pressupõem o uso de aço CA-50, $d/h = 0,8$ e $\gamma_c = 1,4$ e $\gamma_s = 1,15$. Caso esses fatores sejam diferentes, ρ_{\min} deve ser recalculado.															

Fonte: NBR 6118:2014

2.8 ABORDAGEM COMPUTACIONAL NO CÁLCULO ESTRUTURAL

O Eberick 2023 é um software desenvolvido pela empresa AltoQi destinado ao dimensionamento e detalhamento de estruturas de concreto armado, utilizando o modelo de pórtico espacial aliado ao processo de analogia de grelhas para analisar todos os elementos estruturais: fundações, pilares, vigas e lajes. Nesse modelo as lajes são analisadas em conjunto, obtendo-se deformações e esforços mais próximos do real.

3 METODOLOGIA

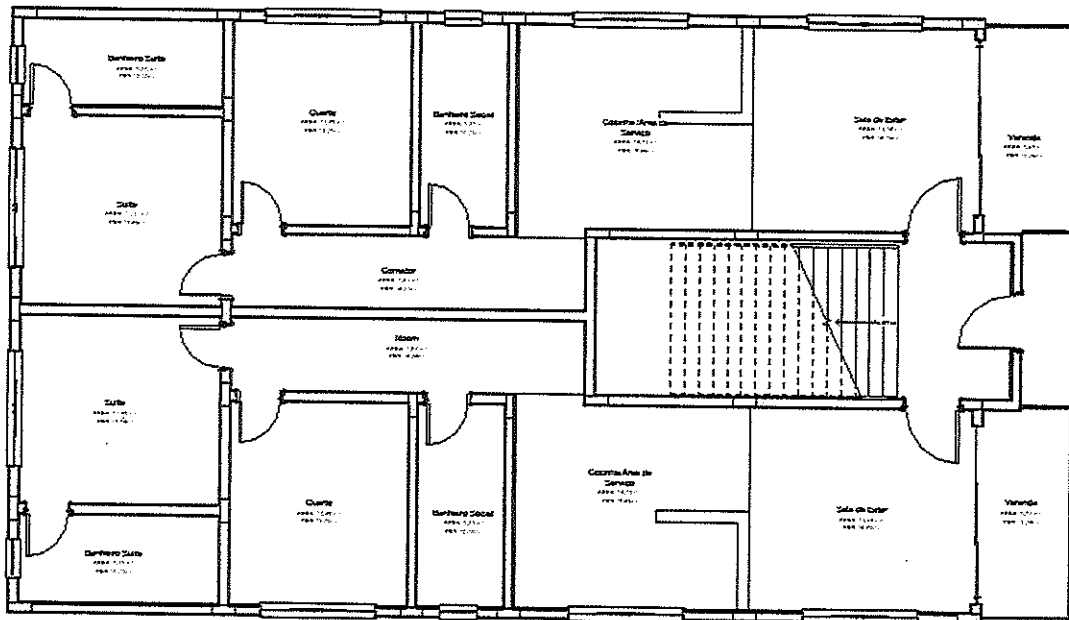
3.1 ÁREA DE ESTUDO

O objeto em estudo trata-se um Edifício Multifamiliar, localizado na cidade de Resende/RJ

3.2 COLETA DE DADOS

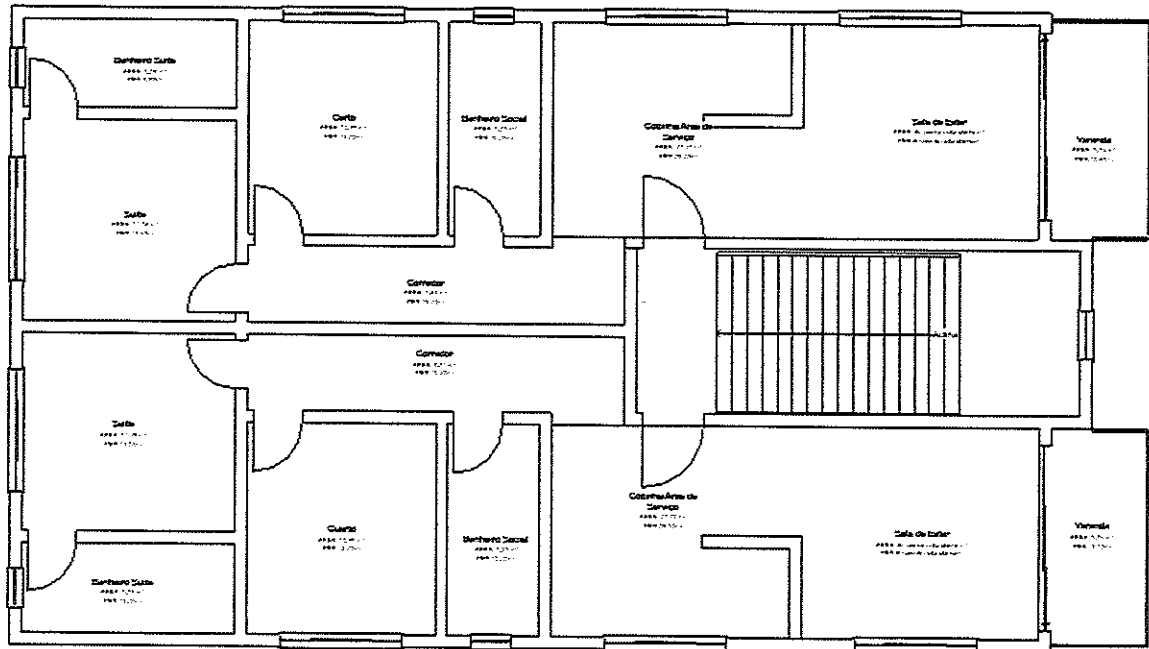
Através do projeto arquitetônico, definiu-se a localização dos pilares, vigas e lajes, realizando-se o pré-dimensionamento e logo em seguida o dimensionamento final da laje, objeto desse estudo. A residência é composta por um pavimento térreo e um pavimento superior. A planta baixa da edificação pode ser vista na Figura 14 e nas Figura 15.

Figura 14 - Planta baixa do pavimento térreo



Fonte: Do autor

Figura 15 - Planta baixa do pavimento superior



Fonte: Do autor

Dados para o projeto:

- Classe de agressividade ambiental II (ambiente urbano);
- Concreto com resistência característica $f_{ck} = 25 \text{ MPa}$ e peso específico de $25,00 \text{ kN/m}^3$;
- Cobrimento nominal da armadura de 25 mm ;
- Vigas: largura $b_w = 20,00 \text{ cm}$ e altura $h = 30,00 \text{ cm}$;
- Paredes com espessura de $19,00 \text{ cm}$ de blocos cerâmicos vazados de peso de $2,00 \text{ kN/m}^2$;
- Contrapiso com espessura média de $6,5 \text{ cm}$, feito com argamassa de cimento e areia com peso específico de 2100 kgf/m^3 (áreas secas);
- Revestimento de piso cerâmico de 1800 kgf/m^3 sobre toda área útil;
- Para fins didático, 1 kgf equivale a 10 N ;
- Aceleração da gravidade adotada de $10,00 \text{ m/s}^2$.

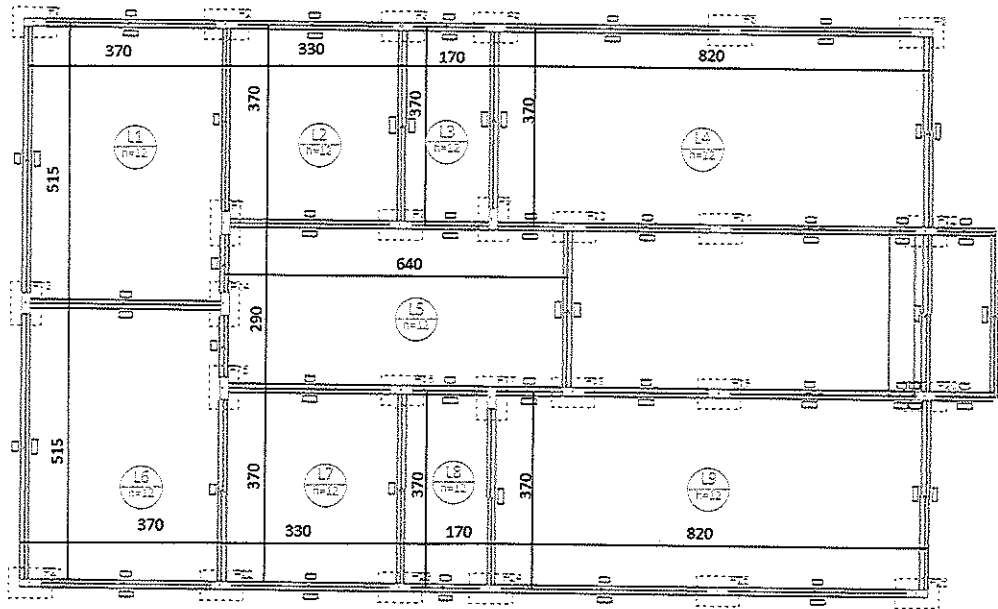
3.3 ANÁLISE DOS DADOS

Após pré-dimensionado da estrutura foram calculados os momentos fletores das lajes do pavimento superior, utilizando as tabelas de Marcus, as quais não consideram a estrutura como pórtico espacial e sim como estruturas isoladas, ou seja, vigas são consideradas rígidas. No método simplificado foram utilizadas as equações citadas no capítulo de Referencial Teórico.

O modelo de cálculo que considera a estrutura como pórtico espacial e utiliza o processo de analogia de grelhas, também foi utilizado com o auxílio do software Eberick 2023.

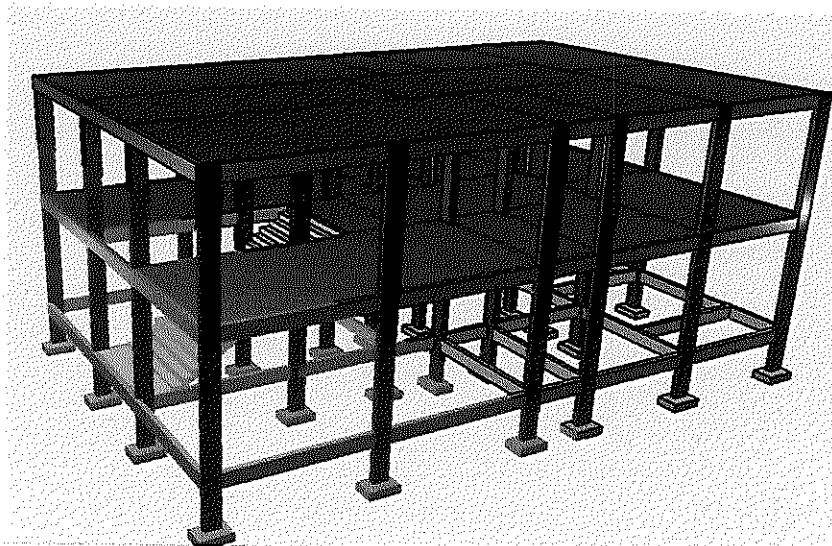
Os resultados para os momentos fletores e área de aço dimensionados pelos dois modelos, simplificado e pórtico espacial, foram comparados e discutidos a fim de se verificar as diferenças e os seus motivos. A Figura 16 e a Figura 17 encontram-se a planta de forma do pavimento superior e a visualização do pórtico tridimensional, obtido com o auxílio do software Eberick 2023.

Figura 16 - Planta de formas do pavimento superior



Fonte: AltoQi Eberick 2023

Figura 17 - Pórtico tridimensional – vista superior



Fonte: AltoQi Eberick 2023

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

4.1 PRÉ-DIMENSIONAMENTO

A classificação de cada laje do pavimento superior em relação à direção da armadura principal está representada na tabela a seguir:

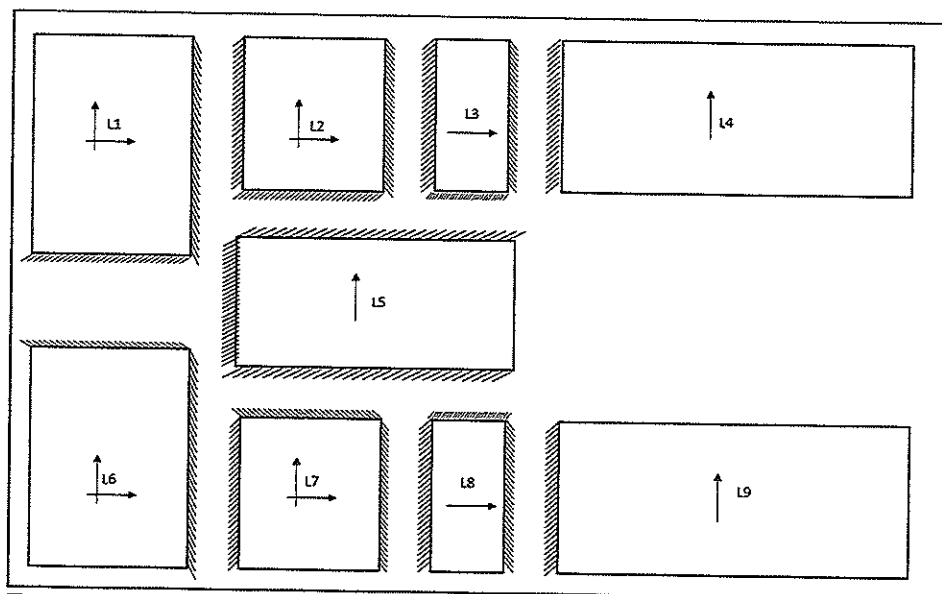
Tabela 12 - Geometria das lajes

Laje	Lx (m)	Ly (m)	λ	Direção da Armadura Principal
L1	3,7	5,15	1,39	Bidirecional
L2	3,3	3,7	1,12	Bidirecional
L3	1,7	3,7	2,18	Unidirecional
L4	3,7	8,2	2,22	Unidirecional
L5	2,9	6,4	2,21	Unidirecional
L6	3,7	5,15	1,39	Bidirecional
L7	3,3	3,7	1,12	Bidirecional
L8	1,7	3,7	2,18	Unidirecional
L9	3,7	8,2	2,22	Unidirecional

Fonte: Do autor

Como forma de simplificar o cálculo do vão teórico das lajes e pelo fato da largura das vigas de apoio não serem muito grandes, adotou-se o vão teórico igual a distância entre os centros de apoio das vigas. Os tipos de vinculações consideradas estão representados na Figura 23.

Figura 18 - Vinculações



Fonte: Do autor

O pré-dimensionamento das lajes foi realizado de acordo com a Equação 10, adotando-se barras de aço de diâmetro de 10 mm, ver Tabela 14.

Tabela 13 - Pré-dimensionamento da altura da laje

Laje	Tipo	n	L_x (cm)	L_y (cm)	$L_{y, 0,7}$ (cm)	l (cm)	d (cm)	c (cm)	Φ (mm)	h (cm)	h* (cm)
L1	2	2	3,7	5,15	3,605	360,5	8,2915	2,5	10	11,292	12
L2	3	3	3,3	3,7	2,59	259	5,698	2,5	10	8,698	12
L6	2	2	3,7	5,15	3,605	360,5	8,2915	2,5	10	11,292	12
L7	3	3	3,3	3,7	2,59	259	5,698	2,5	10	8,698	12

Fonte: Do autor

Observação *: altura adotada

Pelos resultados, nota-se que a maior espessura de laje encontrada é de 11,10 cm, então adotou-se a espessura de todas as lajes com 12 cm e altura útil de 8 cm.

4.2 CARGAS ATUANTES

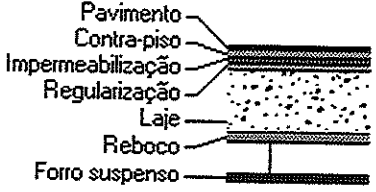
Para o cálculo da carga total necessária para o dimensionamento no Estado Limite Ultimo (ELU), é necessário o cálculo de todas as cargas permanentes e todas as cargas variáveis, de forma que se combine-as de acordo com as equações e coeficientes definidos nas Tabela 9, Tabela 10 e Tabela 11. As cargas permanentes existentes no projeto são:

- peso próprio da estrutura
- peso das alvenarias
- peso de todas as camadas que se sobrepõe a laje (contra-piso, impermeabilização e revestimento cerâmico)
- peso do telhado.

Na Figura 24 e Figura 25 estão apresentadas as cargas permanentes relativas ao peso da alvenaria e de todas as camadas que sobrepõe a laje. Com o auxílio da Tabela 7 adicionou-se um valor de 70 kgf/m² para as áreas em que existem telhado embutido. As cargas variáveis estão apresentadas na Figura 24.

Figura 19 - Cargas variáveis e fixas (piso)

Dados																						
Nome	008 - Residencial - Dormitórios																					
Cargas																						
Acidental	150 kgf/m ²																					
Revestimento	154,5 kgf/m ²																					
Revestimento																						
	<table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>Espessura</th> <th>Peso específico</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Pavimento</td> <td>1 cm</td> <td>1800 kgf/m³</td> </tr> <tr> <td>Contra-piso</td> <td>5 cm</td> <td>2100 kgf/m³</td> </tr> <tr> <td>Impermeabilização</td> <td>0 cm</td> <td>1200 kgf/m³</td> </tr> <tr> <td>Regularização</td> <td>0 cm</td> <td>2100 kgf/m³</td> </tr> <tr> <td>Reboco</td> <td>1.5 cm</td> <td>2100 kgf/m³</td> </tr> <tr> <td>Forro suspenso</td> <td>0 cm</td> <td>1250 kgf/m³</td> </tr> </tbody> </table>		Espessura	Peso específico	Pavimento	1 cm	1800 kgf/m ³	Contra-piso	5 cm	2100 kgf/m ³	Impermeabilização	0 cm	1200 kgf/m ³	Regularização	0 cm	2100 kgf/m ³	Reboco	1.5 cm	2100 kgf/m ³	Forro suspenso	0 cm	1250 kgf/m ³
	Espessura	Peso específico																				
Pavimento	1 cm	1800 kgf/m ³																				
Contra-piso	5 cm	2100 kgf/m ³																				
Impermeabilização	0 cm	1200 kgf/m ³																				
Regularização	0 cm	2100 kgf/m ³																				
Reboco	1.5 cm	2100 kgf/m ³																				
Forro suspenso	0 cm	1250 kgf/m ³																				



Fonte: AltoQi Eberick 2023

As tabelas a seguir apresentam um resumo por laje das cargas permanentes e variáveis consideradas no dimensionamento.

Tabela 14 - Carga do revestimento

Laje	Pavimento			Contra-Piso			Reboco			TOTAL
	γ_{pav}	e_1	G_{pav}	γ_{contr}	e_2	$G_{pav+contr}$	γ_{reb}	e_3	G_{reb}	
	(KN/m ³)	(m)	(KN/m ²)	(KN/m ³)	(m)	(KN/m ²)	(KN/m ³)	(m)	(KN/m ²)	$G_{rev\ total}$ (KN/m ²)
L1	18	0,01	0,18	21	0,05	1,05	21	0,015	0,315	1,545
L2	18	0,01	0,18	21	0,05	1,05	21	0,015	0,315	1,545
L6	18	0,01	0,18	21	0,05	1,05	21	0,015	0,315	1,545
L7	18	0,01	0,18	21	0,05	1,05	21	0,015	0,315	1,545

Fonte: Do autor

Tabela 15 - Carga das paredes

Laje	γ_{parede} KN/m ³	L_p (m)	e_p (m)	h_p (m)	G_{parede} KN/m ²
L1	2	3,7	0,19	2,7	1,048544
L6	2	3,7	0,19	2,7	1,048544

Fonte: Do autor

Tabela 16 - Carga atuantes nas lajes

Lajes	Peso Próprio	Revestimento Total	Parede	Carga Permanente	Carga Acidental	Carga Total
				g	q	g + q
KN/m ²						
L1	3	1,545	1,049	5,594	1,5	7,094
L2	3	1,545		4,545	1,5	6,045
L6	3	1,545	1,049	5,594	1,5	7,094
L7	3	1,545		4,545	1,5	6,045

Fonte: Do autor

4.3 MOMENTOS FLETORES UTILIZANDO OS MÉTODOS SIMPLIFICADOS

Os momentos máximos positivos, ver Tabela 18, e momentos máximos negativos, ver Tabela 19, foram calculados com o auxílio das tabelas de Marcus do ANEXO A e com o auxílio da Equação 12 até a Equação 16.

Tabela 17 - Momentos máximos positivos (Tabela de Marcus)

LAJE	CASO	l_x (cm)	l_y (cm)	$\lambda = \frac{l_y}{l_x}$	CARGA (KN/m ²)	ELU (KN/m ²)	m_x	M_x (KN.m/m)	m_y	M_y (KN.m/m)
L1	Tab 5	3,7	5,15	1,39	7,094	9,931	31,02	3,13	69,78	1,39
L2	Tab 3	3,3	3,7	1,12	6,045	8,463	30,14	2,18	37,81	1,74
L6	Tab 5	3,7	5,15	1,39	7,094	9,931	31,02	3,13	69,78	1,39
L7	Tab 3	3,3	3,7	1,12	6,045	8,463	30,14	2,18	37,81	1,74

Fonte: Do autor

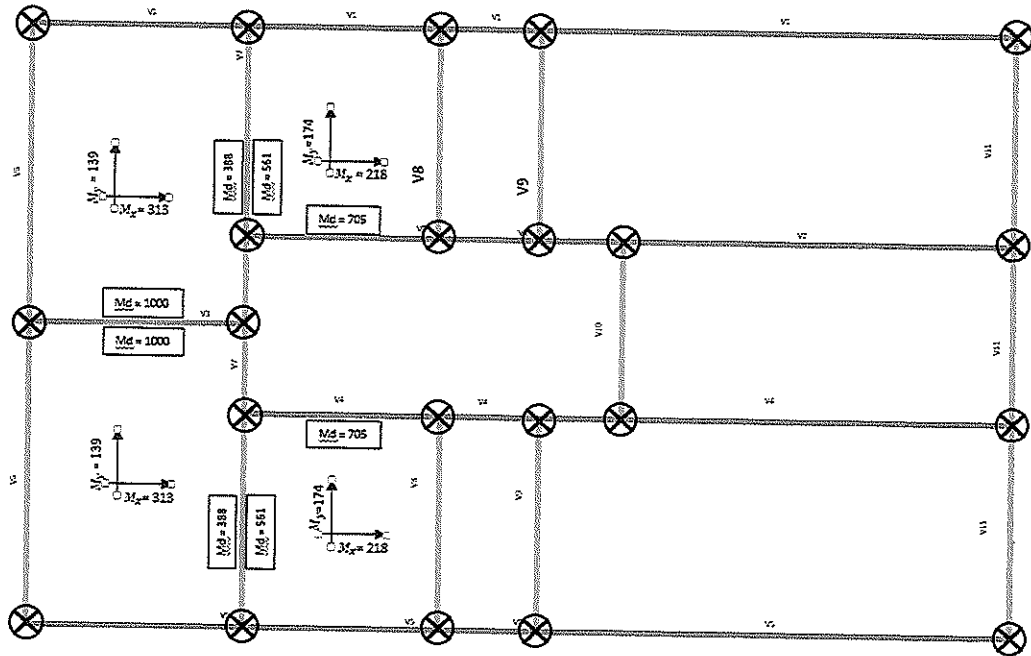
Tabela 18 - Momentos fletores negativos (Tabela de Marcus)

LAJE	CASO	l_x (cm)	l_y (cm)	$\lambda = \frac{l_y}{l_x}$	CARGA (KN/m ²)	ELU (KN/m ²)	n_x	X_x (KN.m/m)	n_y	X_y (KN.m/m)
L1	Tab 5	3,7	5,15	1,39	7,0935	9,931	13,6	-9,997	35,01	-3,883
L2	Tab 3	3,3	3,7	1,12	6,045	8,463	13,08	-7,046	16,41	-5,616
L6	Tab 5	3,7	5,15	1,39	7,0935	9,931	13,6	-9,997	35,01	-3,883
L7	Tab 3	3,3	3,7	1,12	6,045	8,463	13,08	-7,046	16,41	-5,616

Fonte: Do autor

Os momentos fletores máximos característicos, calculados pelo método simplificado estão representados na figura a seguir.

Figura 20 - Momentos fletores obtidos através do método simplificado



Fonte: Do autor

De posse da altura útil necessária, ver Equação 10, comparando-se com a altura útil mínima, ver Equação 11, adota-se o maior valor entre os dois. Como $d > d_{min}$, segue-se a rotina de cálculo.

$$d_{min} = 2,0 \cdot \sqrt{\frac{M_d}{b_w \cdot f_{cd}}}$$

Equação 11

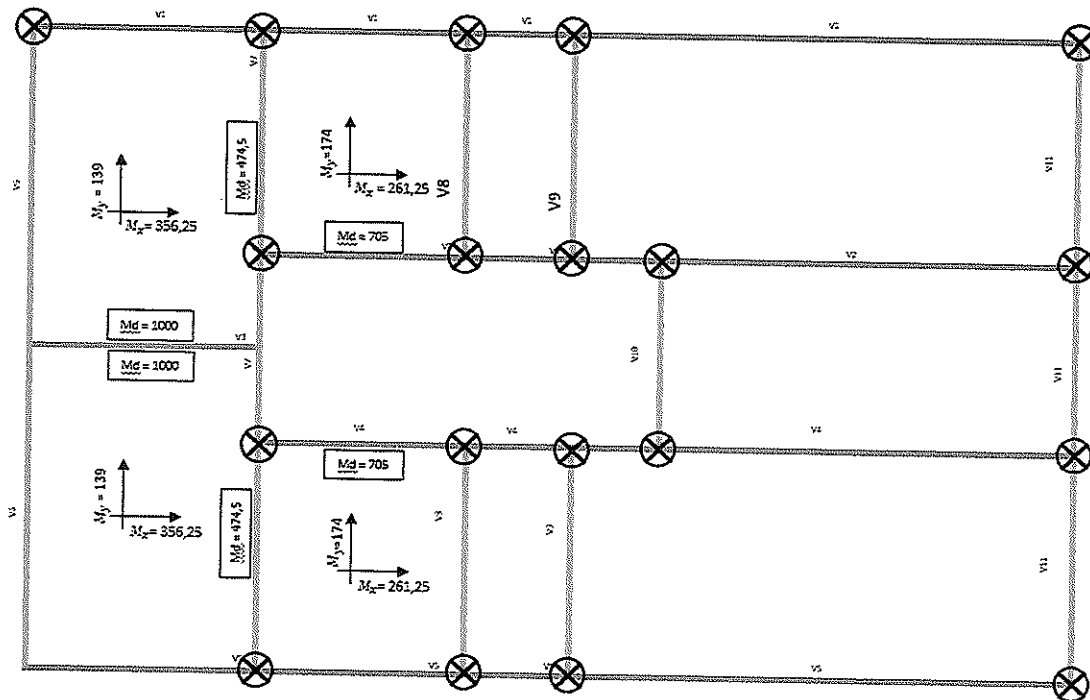
Tabela 19 - Determinação da altura útil mínima

LAJE	M_x (KN.m/m)	b_w (m)	f_{ck} (Mpa)	f_{cd} (KN.m/m)	d_{min} (cm)	d
Positiva	3,13	1	25	17857,14286	2,65	8
Negativa	9,997	1	25	17857,14286	4,73	8

Fonte: Do autor

Nota-se que na Figura 26 existem várias regiões de vinculações com dois valores de momentos fletores negativos, logo deve-se compatibilizar os momentos fletores negativos e recalculer os momentos fletores positivos, obtendo-se a Figura 27.

Figura 21 - Momentos fletores compatibilizados obtidos através do método simplificado



Fonte: Do autor

4.4 MOMENTOS FLETORES UTILIZANDO O SOFTWARE EBERICK NEXT 2023

Para a análise pelo modelo do pórtico espacial a estrutura foi lançada no software Eberick 2023 com todas as condições de contorno iguais as calculados no método simplificado. Após o dimensionamento o software gerou um modelo de grelha para o cálculo dos momentos fletores, conforme a tabela abaixo.

Tabela 20 - Momentos fletores positivos obtidos pelo software Eberick Next 2023

LAJES	M_x (Kgf.m/m)	M_y (Kgf.m/m)
L1	331,5870	220,3783
L2	288,6319	306,6001
L6	344,2261	228,7583
L7	288,6319	209,6881

Fonte: Eberick 2023

Tabela 21 - Momentos fletores negativos obtidos pelo software Eberick Next 2023

Momento Fletor Negativo	
Trecho de Engastamento	Eberick (kgf.m/m)
L1-L2	1609,03722
L1-L6	1138,73803
L6-L7	1405,35904

Fonte: AltoQi Eberick 2020

4.5 COMPARATIVO DOS MOMENTOS FLETORES OBTIDOS

O comparativo entre o modelo simplificado e o modelo de pórtico espacial para os momentos fletores positivos e os momentos fletores negativos estão respectivamente apresentados na Tabela 23 e Tabela 24, em ambas as tabelas são apresentadas as variações percentuais com base nos resultados obtidos no Eberick 2023.

Tabela 22 - Comparativo dos momentos fletores positivos obtidos pelo método simplificado

LAJES	Momento Fletores Positivos					
	M_x (Kgf.m/m)			M_y (Kgf.m/m)		
	Eberick	Marcus	Δ (%)	Eberick	Marcus	Δ (%)
L1	331,5870	319,1712	3,89%	220,3783	141,7406	55,48%
L2	288,6319	222,2981	29,84%	306,6001	177,4306	72,80%
L6	344,2261	319,1712	7,85%	228,7583	141,7406	61,39%
L7	288,6319	222,2981	29,84%	209,6881	177,4306	18,18%

Fonte: Do autor

Tabela 23 - Comparativo dos momentos fletores negativos obtidos pelo método simplificado

LAJES	Momento Fletores Negativos		
	Eberick	Marcus	Δ (%)
L1-L2	1615,0500	1019,4103	58,43%
L1-L6	1098,2181	718,49204	52,85%
L6-L7	1405,35904	1019,4103	37,86%

Fonte: Do autor

Analisando os resultados obtidos na Tabela 23 e na Tabela 24, nota-se em sua maioria os valores de momentos fletores calculados pelo software Eberick 2023 foram superiores ao calculados pelas tabelas de Marcus, variando de 37,86% a 58,43%

4.6 ÁREA DE AÇO

4.6.1 Cálculo

Com o auxílio da Equação 17, Equação 18 e Tabela 12, obtém-se a área de aço para cada momento fletor de cada laje do pavimento superior, comparando esse resultado com o valor de área mínima de armadura, ver Equação 19, adota-se o maior valor entre os dois. O resumo para cada laje da área de aço encontrada para os momentos fletores pelo método simplificado está apresentada na Tabela 23 e Tabela 24.

$$KMD = \frac{M_d}{b_w \cdot d^2 \cdot f_{cd}}$$

Equação 18

$$KMD = \frac{M_d}{b_w \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{M_d}{1 \cdot 0,08^2 \cdot 25000/1,4} = 0,00875 \cdot M_d$$

$$A_s = \frac{M_d}{k_d \cdot d \cdot f_{yd}} = \frac{M_d(kN \cdot m/m)}{k_d \cdot 0,08(m) \cdot 50(KN/cm^2)/1,15} = 0,2875 \cdot M_d/k_d$$

$$A_{s,min} = 0,15\% A_c = \frac{0,15}{100} \cdot b_w \cdot h = \frac{0,15}{100} \cdot 100 \cdot 12$$

$$A_{s,min} = 1,8 \text{ cm}^2/m$$

Área de aço mínima para armadura negativa

$$A_{se} > A_{s,min} = 1,8 \text{ cm}^2/m$$

Área de aço mínima para armadura positiva em casos de lajes armadas em duas direções verifica-se na equação 19.

$$A_{se} > 0,67 \cdot A_{s,min}$$

Equação 19

$$A_{se} > 0,67 \times 1,8 = 1,21 \text{ cm}^2/m$$

Tabela 24 - Área de aço para momentos fletores positivos obtidos pelo método simplificado

LAJE	Momento Fletores Positivos											
	M_x (KN.m/m)	M_d (KN.m/m)	KMD	K_z	$\frac{M_d}{K_z}$	A_s (cm ²)	M_y (KN.m/m)	M_d (KN.m/m)	KMD	K_z	$\frac{M_d}{K_z}$	A_s (cm ²)
L1	3,13	4,383	0,038	0,977	4,4860	1,2897	1,39	1,948	0,017	0,99	1,968	0,566
L2	2,18	3,058	0,027	0,984	3,1075	0,8934	1,74	2,438	0,021	0,991	2,460	0,707
L6	3,13	4,383	0,038	0,977	4,4860	1,2897	1,39	1,948	0,017	0,99	1,968	0,566
L7	2,18	3,058	0,027	0,984	3,1075	0,8934	1,74	2,438	0,021	0,991	2,460	0,707

Fonte: Do autor

Tabela 25 - Área de aço para momentos fletores negativos obtidos pelo método simplificado

Trecho de Engastamento	Momento Fletores Negativos					
	X_x KN.m/m	M_d KN.m/m	KMD	K_z	$\frac{M_d}{K_z}$	A_s (cm ²)
L1-L2	3,883	5,437	0,048	0,971	5,599	1,610
L1-L6	9,997	13,995	0,122	0,992	14,108	4,056
L6-L7	3,883	5,437	0,048	0,971	5,599	1,610

Fonte: Do autor

4.6.2 Comparativo

O comparativo entre o modelo simplificado e o modelo de pórtico espacial para as áreas de aço dos momentos fletores positivos e a área de aço dos momentos fletores negativos estão respectivamente apresentados na Tabela 25 e na Tabela 26, em ambas as tabelas são apresentadas as variações percentuais com base nos resultados obtidos no Eberick 2020.

Tabela 26 - Comparativo de área de aço das armaduras positivas

LAJES	Área de Aço (Momento Fletores Positivo)					
	M_x			M_y		
	Marcus	Eberick	Δ (%)	Marcus	Eberick	Δ (%)
L1	1,29	1,43	-10,7%	1,21	1,21	0,0%
L2	1,21	1,21	0,0%	1,21	1,21	0,0%
L6	1,29	1,58	-22,5%	1,21	1,21	0,0%
L7	1,21	1,21	0,0%	1,21	1,21	0,0%

Fonte: Do autor

Tabela 27 - Comparativo de área de aço das armaduras negativas

Trecho de Engastamento	Área de aço (Momento Fletor Negativo)		
	Marcus	Eberick	Δ (%)
L1-L2	1,80	1,99	-10,6%
L1-L6	4,06	5,84	-43,8%
L6-L7	1,80	2,02	-12,2%

Fonte: Do autor

Analisando a Tabela 27 e a Tabela 28, percebe-se que apesar da diferença de resultado entre os dois métodos houve uma diminuição da diferença de resultados quando comparamos as diferenças entre os momentos fletores. Em alguns casos a diferença de aço encontrada pelos dois métodos chegaram a zerar, por causa da adoção da área de aço mínima. A área de aço para os momentos fletores foram as que tiveram a maior redução da diferença entre os dois métodos, muito devido a adoção da área de aço mínima em grande parte dos casos.

Tabela 28 - Comparativo da soma da área de aço total (Eberick 2023 Vs. Método Simplificado)

Área de Aço (Momento Fletores Positivo)			Área de aço (Momento Fletor Negativo)		
Marcus	Eberick	Δ (%)	Marcus	Eberick	Δ (%)
9,84	10,27	-4,4%	7,66	9,85	-28,6%

Fonte: Do autor

Quando comparamos a área total de aço, positivo e negativo, percebe-se que variou de 4,4% a 28,6%. Em se tratando de custo de material, houve uma redução de em torno 30%.

5 CONCLUSÃO

O presente trabalho buscou comparar os resultados obtidos para o dimensionamento de lajes maciças (momentos fletores e áreas de aço) entre métodos simplificados (tabela de Marcus) e o software Eberick 2023.

Analisando os resultados, verificou-se que tanto os momentos fletores quanto a área de aço obtidos com o auxílio do software Eberick 2023 foram em sua maioria superiores aos valores equivalentes encontrados com o método simplificado. Verificou-se também as diferenças entre os métodos foram menores quando se foi comparado os valores de área de aço, isso porque em alguns casos em ambos os métodos foram adotados os valores de área mínima de aço.

A grande diferença entre o dimensionamento com as tabelas de Marcus e o dimensionamento com o auxílio do software Eberick 2023 se dá pelo fato de que o software realiza a simulação de um pórtico espacial, considerando todos os elementos estruturais trabalhando de maneira integrada ao contrário do que se considera no modelo simplificado, o qual considera os elementos estruturais trabalhando sozinhos, ou seja, as vigas, elementos de apoio das lajes, são considerados elementos rígidos e indeformáveis, o que não reflete a realidade, principalmente quando se tem carregamentos de alvenaria sobre as vigas.

Portanto, percebe-se que o método simplificado tem sua importância dentro dos estudos que envolvem, os projetos estruturais, firmando-se como um método rápido e prático de análise e comparação dos momentos fletores e da área de aço. Neste projeto mostramos que os resultados alcançados pelo método manual economizou, em aço, em torno de 30%, comparado com o software adotado.

Dessa maneira, projetos que buscam eficiência no uso de aço, podem ter custos mais baixos. Isso pode potencialmente tornar as construções mais acessíveis, promovendo a equidade no acesso a habitação e infraestrutura.

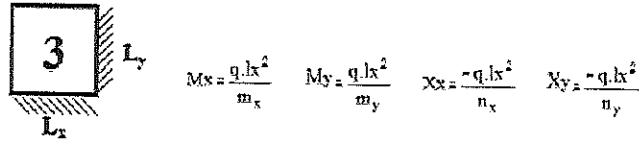
A busca por métodos para reduzir o uso de aço pode levar a práticas construtivas mais eficientes e econômicas, promovendo a inovação na indústria da construção civil.

Como sugestão para trabalhos futuros, ampliar o cálculo para uma análise mais completa de um edifício multifamiliar, envolvendo todos os pisos e todos elementos estruturais e comparar os métodos quanto economicidade.

REFERÊNCIAS

- ARAÚJO, José Milton de. Curso de concreto armado. Rio Grande, RS: Editora DUNAS, 2003. 2 v.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118:2014**: Projeto de estruturas de concreto – Procedimento – Elaboração. Rio de Janeiro: ABNT, 2014.
- _____. **NBR 6120:2019**: Cargas Para o Cálculo de Estruturas de Edificações – Elaboração. Rio de Janeiro: ABNT, 2019.
- _____. **NBR 7222:2011**: Concreto e argamassa — Determinação da resistência à tração por compressão diametral de corpos de prova cilíndricos. Rio de Janeiro: ABNT, 2011.
- _____. **NBR 12142:2010**: Concreto — Determinação da resistência à tração na flexão de corpos de prova prismáticos. Rio de Janeiro: ABNT, 2010.
- _____. **NBR 8522:2017**: Concreto - Determinação dos módulos estáticos de elasticidade e de deformação à compressão. Rio de Janeiro: ABNT, 2017.
- BASTOS, Paulo Sérgio dos Santos. **Lajes de Concreto**. 2015. Estruturas de Concreto I, Curso de Engenharia Civil da Faculdade de Engenharia, da Universidade Estadual Paulista – UNESP, Campus de Bauru, 2006.
- CARVALHO, Roberto Chust; FILHO, Jasson R. Figueiredo; JUNIOR, Sydney Furlan. **A Utilização de Programas Computacionais da Área de Estruturas no Ensino de Engenharia Civil**, COBENGE, Ceará, 2019.
- FREITAS, José de Almendra. **Materiais de Construção – Propriedades do Concreto Endurecido**. 2013. Notas de aula – Departamento de Construção Civil, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2013.
- JÚNIOR, Tarley Ferreira de Sousa. **Estruturas de Concreto Armado**. 2011. Notas de aula - Departamento de Engenharia, Universidade Federal de Lavras, Minas Gerais, 2011.
- LIMA, Iva Emanuely Prereira. **Análise Comparativa entre o Método de Cálculo Simplificado e de um Software Comercial no Dimensionamento de Lajes Maciças**. 2018. Trabalho de conclusão de curso, Universidade Federal de Alagoas – Campus do Sertão, Delmiro Gouveia, 2018.
- PINHEIRO, L.M.; MUZARDO, C.D.; SANTOS, S.P. **Lajes maciças – capítulo 11**, USP – EESC – Departamento de Engenharia de Estruturas, 2003.
- ROSA, W.A. 2007. **Cálculo de Lajes em Cruz – Marcus**, Universidade Anhanguera – Uniderp, Campo Grande, MS, 2007
- SANTOS, Bernardo Oliveira de Carvalho. **Dimensionamento de estruturas de concreto armado utilizando concreto de alto desempenho**. 2012. Dissertação (Mestrado em Projeto de Estruturas), Universidade Federal do Rio de Janeiro, Escola Politécnica, Programa de Projeto de Estruturas, Rio de Janeiro, 2012.

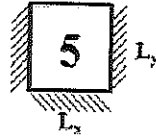
Tabela 29 - Tabela de Marcus – Caso 3



$\lambda = \frac{l_y}{l_x}$	m_x	m_y	n_x	n_y	$\lambda = \frac{l_y}{l_x}$	m_x	m_y	n_x	n_y
1.00	37,14	37,14	16,00	16,00	1,50	20,61	46,38	9,58	21,55
1.01	36,42	37,15	15,89	16,00	1,51	20,49	46,71	9,54	21,75
1.02	35,72	37,16	15,39	16,01	1,52	20,36	47,03	9,50	21,94
1.03	35,05	37,19	15,11	16,03	1,53	20,24	47,38	9,46	22,14
1.04	34,42	37,22	14,84	16,05	1,54	20,12	47,73	9,42	22,34
1.05	33,81	37,27	14,58	16,08	1,55	20,01	48,07	9,39	22,55
1.06	33,21	27,32	14,34	16,11	1,56	19,90	48,43	9,35	22,76
1.07	32,65	37,38	14,10	16,15	1,57	19,79	48,76	9,32	22,96
1.08	32,11	37,45	13,88	16,19	1,58	19,69	49,14	9,28	23,17
1.09	31,59	37,53	13,67	16,24	1,59	19,58	49,51	9,25	23,39
1.10	31,09	37,61	13,46	16,29	1,60	19,48	49,88	9,22	23,60
1.11	30,61	37,71	13,27	16,35	1,61	19,39	50,25	9,19	23,82
1.12	30,14	37,81	13,08	16,41	1,62	19,29	52,63	9,16	24,04
1.13	29,70	37,92	12,91	16,48	1,63	19,20	51,01	9,13	24,26
1.14	29,27	38,04	12,74	16,55	1,64	19,11	51,40	9,11	24,49
1.15	28,85	38,16	12,57	16,63	1,65	19,02	51,79	9,08	24,72
1.16	28,45	38,29	12,42	16,71	1,66	18,94	52,19	9,05	24,95
1.17	28,08	38,43	12,27	16,79	1,67	18,86	52,58	9,03	25,18
1.18	27,71	38,56	12,13	16,88	1,68	18,77	52,99	9,00	25,41
1.19	27,35	38,73	11,99	16,98	1,69	18,70	53,39	8,98	25,65
1.20	27,00	38,89	11,85	17,07	1,70	18,62	53,81	8,96	25,89
1.21	26,68	39,06	11,73	17,18	1,71	18,54	54,22	8,93	26,13
1.22	26,36	39,23	11,61	17,28	1,72	18,47	54,64	8,91	26,37
1.23	26,05	39,41	11,49	17,39	1,73	18,40	55,07	8,89	26,61
1.24	25,75	39,59	11,36	17,50	1,74	18,33	55,49	8,87	26,86
1.25	25,46	39,78	11,28	17,62	1,75	18,26	55,92	8,85	27,11
1.26	25,18	39,98	11,17	17,74	1,76	18,18	56,36	8,83	27,36
1.27	24,92	40,19	11,07	17,86	1,77	18,13	56,80	8,81	27,61
1.28	24,66	40,40	10,98	17,99	1,78	18,07	57,24	8,80	27,87
1.29	24,40	40,61	10,89	18,12	1,79	18,00	57,68	8,78	28,13
1.30	24,16	40,83	10,80	18,25	1,80	17,94	58,14	8,76	28,39
1.31	23,93	41,06	10,72	18,39	1,81	17,88	58,59	8,74	28,65
1.32	23,70	41,29	10,63	18,53	1,82	17,83	59,05	8,73	28,91
1.33	23,48	41,53	10,56	18,67	1,83	17,77	59,51	8,71	29,16
1.34	23,26	41,77	10,48	18,82	1,84	17,72	59,97	8,70	29,44
1.35	23,06	42,02	10,41	18,97	1,85	17,66	60,44	8,68	29,72
1.36	22,86	42,28	10,34	19,12	1,86	17,61	60,92	8,67	29,99
1.37	22,66	42,54	10,27	19,28	1,87	17,56	61,39	8,65	30,26
1.38	22,48	42,80	10,21	19,43	1,88	17,51	61,88	8,64	30,54
1.39	22,29	43,07	10,14	19,60	1,89	17,46	62,36	8,63	30,81
1.40	22,12	43,35	10,08	19,76	1,90	17,41	62,85	8,61	31,09
1.41	21,95	43,63	10,02	19,93	1,91	17,36	63,34	8,60	31,38
1.42	21,78	43,92	9,97	20,10	1,92	17,32	63,83	8,59	31,66
1.43	21,62	44,21	9,91	20,27	1,93	17,27	64,33	8,58	31,94
1.44	21,46	44,50	9,86	20,45	1,94	17,23	64,83	8,56	32,23
1.45	21,31	44,80	9,81	20,62	1,95	17,18	65,34	8,55	32,52
1.46	21,16	45,11	9,76	20,80	1,96	17,14	65,84	8,54	32,81
1.47	21,02	45,42	9,71	20,99	1,97	17,10	66,36	8,53	33,10
1.48	20,88	45,74	9,67	21,17	1,98	17,06	66,88	8,52	33,40
1.49	20,75	46,06	9,62	21,36	1,99	17,02	67,39	8,51	33,70
1.50	20,61	46,38	9,58	21,55	2,00	16,93	67,92	8,50	34,00

Fonte: Rosa, 2007

Tabela 30 - Tabela de Marcus – Caso 5



$$M_x = \frac{q \cdot L^2}{m_x} \quad M_y = \frac{q \cdot L^2}{m_y} \quad X_x = \frac{q \cdot L^2}{n_x} \quad X_y = \frac{q \cdot L^2}{n_y}$$

$\lambda = \frac{L_y}{L_x}$	m_x	m_y	n_x	n_y	$\lambda = \frac{L_y}{L_x}$	m_x	m_y	n_x	n_y
0.50	246,52	71,43	108,00	36,00	1,00	44,18	50,56	18,00	24,00
0.51	230,78	69,53	100,70	34,92	1,02	42,92	51,14	17,54	24,33
0.52	216,51	67,77	95,07	33,91	1,04	41,77	51,76	17,13	24,70
0.53	203,52	66,13	88,05	32,97	1,06	40,71	52,44	16,75	25,10
0.54	191,66	64,60	82,56	32,10	1,08	39,74	53,18	16,41	25,52
0.55	180,83	63,18	77,57	31,29	1,10	38,84	53,95	16,10	25,97
0.56	170,91	61,86	73,04	30,53	1,12	38,01	54,78	15,81	26,45
0.57	161,79	60,63	68,84	29,82	1,14	37,25	55,64	15,56	26,95
0.58	153,42	59,49	65,02	29,16	1,16	36,54	56,55	15,31	27,47
0.59	145,72	58,42	61,52	28,55	1,18	35,88	57,50	15,09	28,02
0.60	138,61	57,43	58,30	27,98	1,20	35,27	58,50	14,89	28,59
0.61	132,05	56,52	55,34	27,45	1,22	34,70	59,53	14,71	29,19
0.62	125,98	55,67	52,61	26,96	1,24	34,17	60,60	14,54	29,80
0.63	120,36	54,88	50,09	26,51	1,26	33,68	61,71	14,38	30,44
0.64	115,15	54,15	47,76	26,08	1,28	33,22	62,85	14,23	31,10
0.65	110,30	53,46	45,61	25,69	1,30	32,79	64,03	14,10	31,77
0.66	105,81	52,85	43,62	25,33	1,32	32,38	65,25	13,98	32,47
0.67	101,61	52,28	41,77	25,00	1,34	32,01	66,50	13,86	33,18
0.68	97,70	51,76	40,06	24,70	1,36	31,65	67,78	13,75	33,92
0.69	94,06	51,28	38,47	24,42	1,38	31,32	69,10	13,65	34,67
0.70	90,65	50,84	36,99	24,17	1,40	31,01	70,45	13,56	35,44
0.71	87,46	50,45	35,61	23,93	1,42	30,72	71,83	13,47	36,23
0.72	84,48	50,09	34,33	23,73	1,44	30,44	73,24	13,39	37,03
0.73	81,68	49,77	33,13	23,54	1,46	30,18	74,69	13,32	37,86
0.74	79,05	49,48	32,48	23,37	1,48	29,94	76,17	13,25	38,70
0.75	76,56	49,23	30,96	23,22	1,50	29,71	77,67	13,18	39,55
0.76	74,26	49,00	29,98	23,09	1,52	29,49	79,20	13,12	40,43
0.77	72,08	48,81	29,07	22,98	1,54	29,28	80,77	13,07	41,32
0.78	70,02	48,65	28,21	22,88	1,56	29,09	82,36	13,01	42,22
0.79	68,08	48,51	27,40	22,80	1,58	28,90	83,98	12,96	43,14
0.80	66,24	48,40	26,65	22,74	1,60	28,73	85,64	12,91	44,08
0.81	64,51	48,32	25,94	22,69	1,62	28,56	87,31	12,87	45,03
0.82	62,88	48,26	25,27	22,65	1,64	28,40	89,02	12,83	46,00
0.83	61,33	48,22	24,64	22,63	1,66	28,25	90,77	12,79	46,99
0.84	59,86	48,21	24,05	22,63	1,68	28,11	92,52	12,75	47,98
0.85	58,47	48,22	23,49	22,63	1,70	27,97	94,32	12,72	49,00
0.86	57,15	48,25	22,97	22,65	1,72	27,84	96,13	12,68	50,03
0.87	55,90	48,30	22,47	22,68	1,74	27,72	97,98	12,65	51,08
0.88	54,71	48,37	22,00	22,72	1,76	27,60	99,86	12,62	52,14
0.89	53,58	48,46	21,56	22,77	1,78	27,49	101,75	12,60	53,21
0.90	52,51	48,57	21,14	22,84	1,80	27,38	103,68	12,57	54,30
0.91	51,49	48,69	20,75	22,91	1,82	27,28	105,63	12,55	55,41
0.92	50,51	48,83	20,37	22,99	1,84	27,18	107,62	12,52	56,63
0.93	49,59	48,99	20,02	23,09	1,86	27,09	109,63	12,50	57,87
0.94	48,70	49,17	19,68	23,19	1,88	27,00	111,65	12,48	58,81
0.95	47,86	49,06	19,37	23,30	1,90	26,91	110,71	12,46	59,97
0.96	47,06	49,57	19,06	23,42	1,92	26,83	115,79	12,44	61,15
0.97	46,29	49,80	18,78	23,56	1,94	26,75	117,89	12,42	62,33
0.98	45,55	50,04	18,50	23,70	1,96	26,68	120,04	12,41	63,55
0.99	44,85	50,29	18,25	23,84	1,98	26,61	122,19	12,39	64,76
1.00	44,18	50,56	18,00	24,00	2,00	26,54	124,35	12,37	65,98

Fonte: Rosa, 2007